ORSAY
Série A
N° d'ordre
222

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR

par

Alain FEVRIER

COMPORTEMENT THERMIQUE D'UN BOBINAGE SUPRACONDUCTEUR IMPREGNE EN REGIME VARIABLE

Soutenue le 26 juin 1974, devant la Commission d'Examen

MM. P. GRIVET — Président

A. SEPTIER
G. BRONCA — Examinateurs
J.P. POUILLANGE

ORSAY
Série A
N° d'ordre
222

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR

par

Alain FEVRIER

COMPORTEMENT THERMIQUE D'UN BOBINAGE SUPRACONDUCTEUR IMPREGNE EN REGIME VARIABLE

Soutenue le 26 juin 1974, devant la Commission d'Examen

MM.	P. GRIVET	Président
	A. SEPTIER	
	G. BRONCA	Examinateurs
	J.P. POUILLANGE	

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

"Ne faites jamais rien contre votre conscience, même si l'Etat vous le demande".

"EINSTEIN"

Je prie Monsieur le Professeur P. GRIVET, Directeur de l'Institut d'Electronique Fondamentale de la Faculté de PARIS-SUD Centre d'ORSAY, d'accepter mes remerciements pour avoir bien voulu patronner cette thèse.

Je remercie bien vivement Monsieur G. BRONCA, qui m'a permis de réaliser ce travail au sein de son Service d'Entretien et de Développement des Appareils de Physique, à Saclay.

Mes remerciements vont aussi à Messieurs A. SEPTIER et J.P. POUILLANGE, qui ont bien voulu s'intéresser à ma thèse, et faire partie du jury.

La partie expérimentale de cette étude a été effectuée en collaboration avec Monsieur D. MORIZE, dont les suggestions et les nombreux conseils m'ont été d'une grande utilité ; je l'en remercie bien vivement.

Cette étude a été réalisée grâce aux travaux antérieurs sur les supraconducteurs de Messieurs J.P. POUILLANGE, C. LEFRANCOIS, G. PROST. Qu'ils en soient chaleureusement remerciés ici.

J'adresse également mes remerciements à Messieurs P. GENEVEY et I. HLASNIK qui m'ont généreusement apporté leur concours dans la mise en forme de ce travail.

Je me fais un plaisir de remercier toutes les personnes du laboratoire qui m'ont témoigné de leur sympathie.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549224_0008

TABLE DES MATIERES

	Pages
INTRODUCTION	1
Chapitre I - LES SUPRACONDUCTEURS DE DEUXIEME ESPECE	3
I.1. Les propriétés magnétiques	3
I.1.1. Les champs critiques	3
I.1.2. L'état mixte	4
I.2. Présence d'un courant de transport	5
I.2.1. Modèle du "flux flow"	5
I.2.2. Densité de courant critique	6
I.3. Les sauts de flux	7
I.4. Les pertes en régime pulsé	7
I.4.1. Modèles adoptés pour les calculs	7
I.4.2. Principaux résultats	8
I.4.3. Puissance de pertes	8
Chapitre II - LA TEMPERATURE : CHAMP SCALAIRE T(P,t)	10
II.1. Théorie de la chaleur	10
II.1.1. Les hypothèses	10
II.1.2. Le schéma	11
II.2. Solution adoptée	11
II.2.1. Réflexions sur l'équation thermique	11
II.2.2. Conditions physiques du problème	12
II.2.3. Conditions initiales et aux limites	13
II.2.4. Linéarisation de l'équation thermique	15
II.2.5. Développement en série de la solution	16

Pages

II.3. Détermination des coefficients P_{nk} 19
II.3.1. Modèle adopté 19
II.3.2. Propagation thermique le long d'un fil 20
II.3.3. Configuration du câble utilisé 21

II.4. Détermination des coefficients P_{jq} 23
II.4.1. Profil de pertes 23
II.4.2. Calcul de $\varphi_{(p)}$ 25

II.5. Détermination de T 25
II.5.1. T^3 à l'équilibre 26
II.5.2. Convergence de la série 26

II.6. L'outil T 27

Chapitre III - LES PARAMETRES THERMIQUES 28

III.1. Les grandeurs thermocinétiques 28
III.1.1. Contribution du réseau 28
III.1.2. Contribution des porteurs 29
III.1.3. Grandeurs thermocinétiques d'un solide... 31
III.1.4. Transfert solide-liquide 31

III.2. Etudes expérimentales 32
III.2.1. L'appareillage 32
III.2.2. Formules utilisées 33
III.2.3. Les résultats 36
III.2.4. Commentaires de ces résultats 40

Chapitre IV - ETUDE D'UN BOBINAGE PARTICULIER 43

IV.1. Principales caractéristiques de MOBY 43

IV.2. Le câble : ses défauts et leurs conséquences 44

IV.3. Comportement en régime "pulsé" 46
IV.3.1. Les capteurs de température 46
IV.3.2. Le régime permanent 47
IV.3.3. Dégradation théorique en fonction de la fréquence 47
IV.3.4. Etude détaillée d'un cas particulier 48
IV.3.5. Influence du temps de repos 49
IV.3.6. Influence de la vitesse de montée 51

Pages

IV.3.7. Répartition de la température suivant la couche considérée 51

IV.3.8. Comparaison théorie-expérience 52

IV.4. Comportement "continu" en présence d'un faisceau . 53

Chapitre V - INFLUENCE RELATIVE DES PARAMETRES SUR LE COMPORTEMENT DU BOBINAGE 55

V.1. Influence des paramètres thermiques et géométriques 55

V.1.1. Paramètres thermiques 55

V.1.2. Paramètres géométriques 58

V.1.3. Paramètres fondamentaux 59

V.2. Vers les fréquences industrielles 60

V.2.1. Niveau thermique 60

V.2.2. Les pertes dans un composite multibrin 61

CONCLUSION 63

Annexe 1 : Détermination des fonctions $\psi_{(p)}$ et $F_{(p)}$ 65

Annexe 2 : Calcul des coefficients P_{nk} 68

Annexe 3 : Expression analytique de la transformée de Laplace du cube de la température 70

Annexe 4 : Montage électrique 71

BIBLIOGRAPHIE 72

INTRODUCTION

. La connaissance du comportement des supraconducteurs en régime pulsé est à un stade avancé. Ainsi les premiers pas effectués dans le monde sur les machines pulsées laissent présager un avenir industriel très brillant. La construction d'un synchrotron supraconducteur est envisageable et surtout la naissance des cryoalternateurs est pour demain. Néanmoins, des problèmes subsistent, tant sur les matériaux eux-mêmes que sur la conception de ces machines.

. Nous nous sommes intéressés ici, de façon théorique et expérimentale, au comportement thermique d'un bobinage supraconducteur pulsé imprégné en fonctionnement normal. Ainsi, le supraconducteur est soumis à un champ magnétique extérieur proportionnel au courant qui le parcourt. En régime "pulsé", le courant et le champ varient linéairement dans le temps, le matériau supraconducteur est le siège de pertes électromagnétiques qu'il faut évacuer le mieux possible sous peine d'altérer gravement les performances du bobinage.

. L'intérêt de cette étude est de mieux comprendre l'influence des différents paramètres et surtout de déterminer les performances limites de la machine.

. Dans le chapitre I nous rappellerons brièvement les caractéristiques d'un supraconducteur de deuxième espèce.

. Le chapitre II sera consacré à la détermination théorique du champ scalaire de la température à l'intérieur du bobinage.

. L'influence de différents paramètres (température, champ magnétique, ...) sur les grandeurs thermiques sera étudiée dans le chapitre III.

. Dans le chapitre IV nous ferons une comparaison "théorie expérience" sur un bobinage particulier : le dipôle pulsé MOBY.

. Le chapitre V sera consacré à l'influence des paramètres thermiques et géométriques sur les performances d'un bobinage imprégné.

Chapitre I

LES SUPRACONDUCTEURS DE DEUXIEME ESPECE.

Depuis quelques années, les physiciens espèrent obtenir des matériaux supraconducteurs à la température ambiante ou au moins à celle de l'azote liquide. Les applications industrielles de ces supraconducteurs sont évidentes : aimants, moteurs, lignes de transmission d'énergie, ... L'espoir de l'obtention de températures critiques élevées se matérialisera peut-être grâce au mécanisme d'intéraction électron-exciton [1].

En 1956, ABRIKOSOV [2] par une analyse complète et remarquable des équations de GINSBURG-LANDAU, [3] montra qu'un supraconducteur de type II présentait un état mixte où le flux magnétique pénétrait sous forme de lignes de flux quantifiées. Quelque temps après, GORKOV [4] montra que la théorie de GINSBURG-LANDAU dérivait, dans certaines conditions, de la théorie B.C.S. [5] . Ainsi est né un sujet d'étude fécond où l'école russe s'illustra (théorie G.L.A.G.). D'un point de vue expérimental il fallut attendre 1961, date à laquelle KUNZLER découvrit le premier supraconducteur à haut champ critique et permettant un courant de transport important, pour voir apparaître ces nouveaux matériaux supraconducteurs. Rappelons brièvement les principales propriétés de ces supraconducteurs de deuxième espèce.

I.1. LES PROPRIETES MAGNETIQUES.

I.1.1. Les champs critiques.

Un cylindre supraconducteur de type II placé dans un champ magnétique $\vec{H}$, parallèle à son axe, se comporte de façon différente suivant le module de ce champ. Ce comportement est résumé sur la figure I.1.

. Pour $H < H_{c1}(T)$ l'exclusion du champ est totale (effet MESSNER [7]). L'induction correspondante B_{c1} vaut quelques centaines de Gauss.

. Pour $H_{c1}(T) < H < H_{c2}(T)$ le matériau se trouve dans l'état mixte. L'induction dans le supraconducteur n'est plus nulle. B_{c2} peut être très élevée (NbTi : 12T ; Nb_3Sn : 22T ; Nb_3AlGe : 40T).

. Pour $H_{c2}(T) < H < H_{c3}(T)$ la supraconductivité est superficielle sur environ 0,1 μ avec $H_{c3} \simeq 1.69\ H_{c2}$ [8].

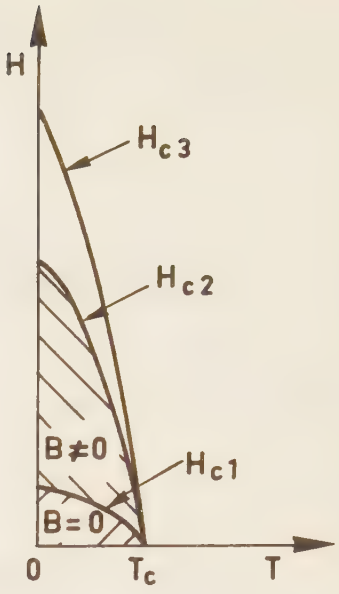


Fig. I.1

. Pour $H_{c3}(T) < H$ l'état normal est partout rétabli.

I.1.2. <u>L'état mixte</u> [2, 9].

Le champ extérieur atteignant la valeur H_{c1}, la pénétration du flux devient favorable et des lignes quantifiées (vortex) se forment parallèlement au champ appliqué. Ces vortex (fig. I.2) consistent : en un coeur cylindrique normal [10] de rayon ξ, longueur de cohérence, et d'une région électromagnétique de rayon λ, profondeur de pénétration.

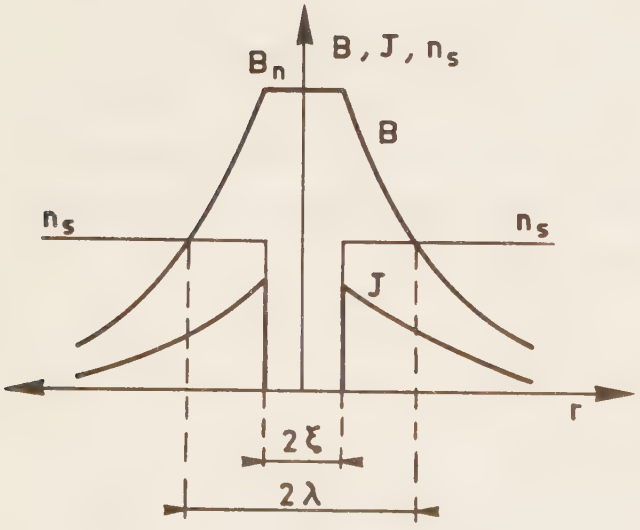


Fig. I.2

Vortex isolé où :

. n_s est la densité d'électron supraconducteur.

. J la densité de courant et B l'induction magnétique.

Autour de ces zones, le diamagnétisme est assuré par :

a) Une nappe de courant diamagnétique circulant à la surface de l'échantillon et faisant écran au champ magnétique appliqué.

b) Des courants circulaires autour de chaque coeur normal.

La disposition périodique de ces vortex forme un réseau [11, 12]. Chacun d'eux porte un quantum de flux ϕ_o.

I.2. PRESENCE D'UN COURANT DE TRANSPORT.

La possibilité de réaliser des matériaux à champ élevé est d'un intérêt technique considérable, encore faut-il qu'ils puissent transporter sans pertes les courants destinés à produire ces champs.

I.2.1. Modèle de "flux flow".

Celui-ci fut utilisé par KIM [13, 14] pour une interprétation phénoménologique. Soit une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur $\vec{H}$ perpendiculaire à sa surface. Le matériau est dans l'état mixte et les vortex d'ABRIKOSOV sont distribués uniformément (fig. I.3).

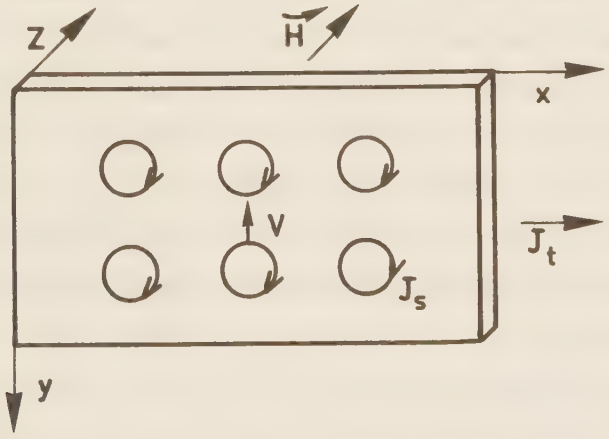


Fig. I.3

Pour cette géométrie $B = n\phi_o$ où n est la densité de vortex. Soit J_t la densité de courant de transport. Densité très faible devant celle des supracourants J_s. La densité J_t crée un gradient de champ magnétique $\frac{\partial H}{\partial y} = 4\pi J_t$.

La force par unité de volume s'obtient en prenant le gradient de la pression magnétique soit : $\frac{B}{4\pi}\frac{\partial H}{\partial y} = BJ_t = n\phi_o J_t$.

En distribuant cette force pour chaque ligne de flux, nous obtenons la force de LORENTZ F_l soit :

$$F_l = J_t \phi_o \text{ (par unité de longueur)}$$

Sous l'action de cette force, les vortex se meuvent à vitesse constante v. Ce mouvement en régime statique se traduit par l'apparition d'un champ électrique $E = n\phi_o v$.

Ainsi ce phénomène dissipatif est caractéristique des matériaux homogènes (ou doux). Pour éviter ces pertes, il faut créer une force opposée à la force de LORENTZ. Les matériaux pouvant retenir les vortex sont appelés hétérogènes (ou durs).

I.2.2. Densité de courant critique.

Les défauts du réseau cristallin sont capables de retenir les vortex à leur niveau [15]. On dit que les vortex sont "piégés" par une force d'ancrage F_p.

Lorsque la densité de courant transporté par le matériau crée une force de LORENTZ égale à la force d'ancrage, les vortex peuvent franchir les barrières d'énergie des centres d'ancrage. Il apparaît alors le champ électrique $\vec{E}$, et le matériau entre dans l'état "résistif". La densité de courant satisfaisant l'égalité $F_l = F_p$ est dite densité de courant critique. Sa valeur est : $J_c = F_p/\phi_o$. Elle dépend fortement de la structure interne [16], de la température T, de l'amplitude et de la direction de l'induction magnétique $\vec{B}$. Ainsi nous définissons une surface critique supraconductrice d'équation $f(J_c, B_c, T_c) = 0$.

Les valeurs élevées de J_c, B_c, T_c sont les raisons du grand intérêt porté aux supraconducteurs durs de deuxième espèce, notamment dans la construction de gros aimants [17] de dipoles ou quadripoles [18] pour accélérateurs. Nous résumerons les problèmes technologiques liés aux matériaux supraconducteurs par la condition suivante : $\vec{J}$ et $\vec{B}$ étant imposés par le projet de l'aimant, il faut que l'on ait toujours l'inégalité $T < T_c(\vec{B}, \vec{J})$ liée à la surface supraconductrice critique.

I.3. LES SAUTS DE FLUX.

Nous avons vu le rôle fondamental de la température. Aussi un accroissement local de celle-ci peut déclencher un processus d'avalanche de vortex appelé saut de flux. C'est-à-dire qu'un grand nombre de vortex franchissent les barrières d'énergie des centres d'ancrage. L'augmentation de température qui en résulte peut être suffisante pour déclencher une transition du supraconducteur vers l'état normal.

Différents critères de stabilité ont été établis. Nous retiendrons que dans des conditions adiabatiques [19, 20, 21, 22], sous champ extérieur fixé et courant de transport donné, un fil supraconducteur est d'autant plus stable qu'il est plus fin dans la direction perpendiculaire au champ appliqué. Si la finesse de l'échantillon n'est pas suffisante pour exclure la possibilité d'initiation d'un saut de flux, alors un "composite" constitué de ce même échantillon gainé par un métal hyperconducteur pourra être stable, dans les limites fixées par le critère dit de "stabilité dynamique" [19, 21].

I.4. LES PERTES EN REGIME PULSE.

Ce problème apparaît lorsque nous nous intéressons à des machines parcourues par un courant périodique notamment pour les dipoles [12]. De nombreux auteurs ont calculé les pertes dissipées dans le cas simple d'une plaque ou d'un fil supraconducteur.

I.4.1. Modèles adoptés pour les calculs.

Modèle de BEAN [23] : la densité de courant dans le supraconducteur est égale à la densité de courant critique $J_c(\vec{B}, T)$ en tout point du matériau où le courant a été induit par une variation locale de l'induction.

Modèle de KIM [24] où l'on pose : $J_c = \frac{\alpha}{B + B_o}$

α et B_o sont des caractéristiques du matériau supraconducteur.

La perméabilité μ sera prise égale à celle du vide : μ_o [25].

Le modèle de BEAN permet d'intégrer séparément les deux relations de MAXWELL : $\overrightarrow{rot}\ \vec{B} = \mu_o J_c \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|}$

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{E} = -\dot{\vec{B}}$$

La puissance dissipée ou puissance de pertes s'écrit :

$$P = \int_V \vec{E}.\vec{J}\, dV$$

I.4.2. Principaux résultats [26, 27].

Les pertes par unité de volume et par cycle sont sensiblement proportionnelles au diamètre du fil.

L'énergie des pertes par cycle est indépendante de la fréquence de pulsation en première approximation.

Un composite multibrin (grand nombre de brins noyés dans un métal conducteur) non torsadé se comporte comme un conducteur massif.

Pour un composite multibrin torsadé à long pas, les pertes croissent avec la fréquence.

Toutes ces études ont conduit à utiliser des composites multibrins torsadés à pas court.

I.4.3. Puissance de pertes [26, 28].

Elle dépend fortement du régime de pénétration dans lequel se trouve le matériau supraconducteur. Les différents profils de pénétration de l'induction magnétique au long d'un cycle sont représentés sur la figure I.4 dans le cas d'une plaque supraconductrice d'épaisseur 2a en présence d'un courant de transport.

En première approximation, nous prendrons au cours du cycle les puissances de pertes suivantes :

. Pendant la pénétration (du profil de pénétration 1 à 3)

$$P = C_1 \frac{B^2 \dot{B}}{J_c}$$

. Pendant la montée (du profil 3 à 5)

$$P = C_2 \dot{B}\left(J_c + \frac{B^2}{(2aK)^2 J_c} + \frac{4\pi\mu_o B}{(2aK)}\right)$$

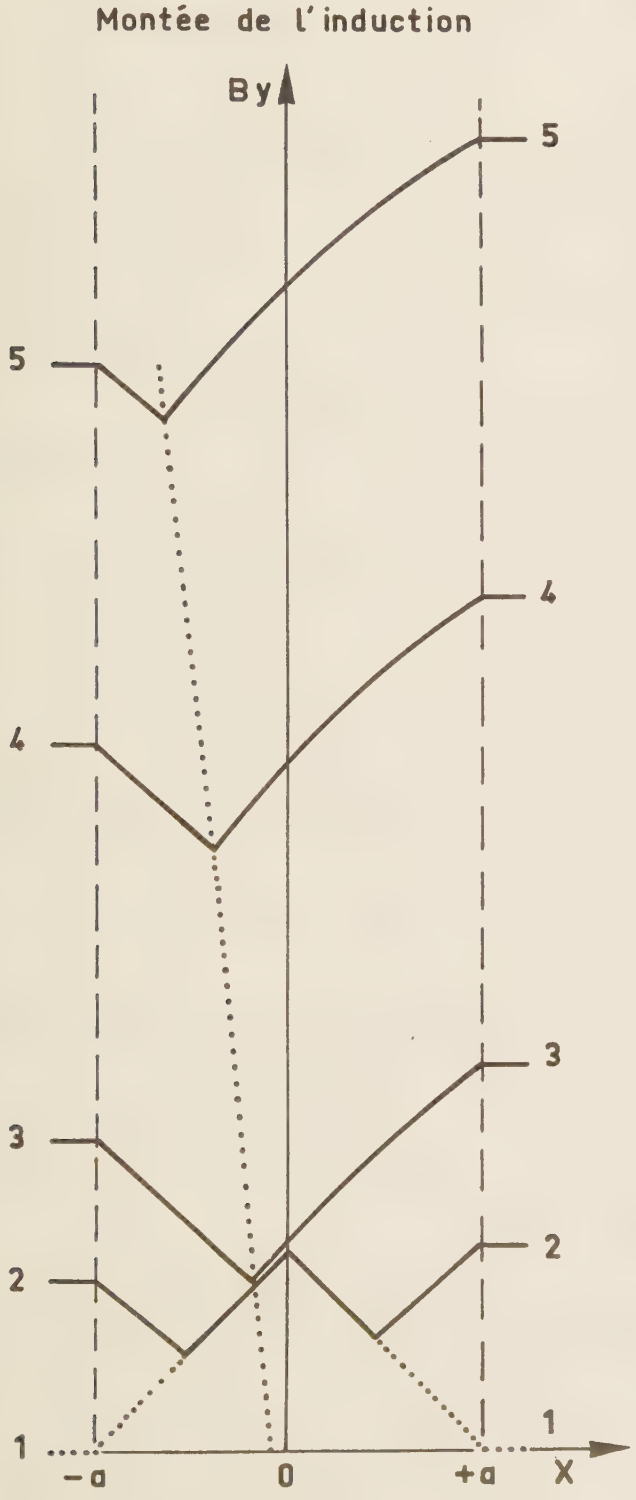
. Pendant la dépénétration (du profil 5 à 7)

$$P = C_3 \frac{\dot{B}(B - B_{max})^2}{J_c}$$

. Pendant la descente (du profil 7 à 1)

$$P = C_4 \dot{B}\left(J_c + \frac{B^2}{(2aK)^2 J_c} - \frac{4\pi\mu_o B}{(2aK)}\right)$$

où : C_1, C_2, C_3 et C_4 sont des coefficients de proportionnalité ; a, K, sont des paramètres du bobinage ; B l'induction magnétique et J_c la densité de courant critique.



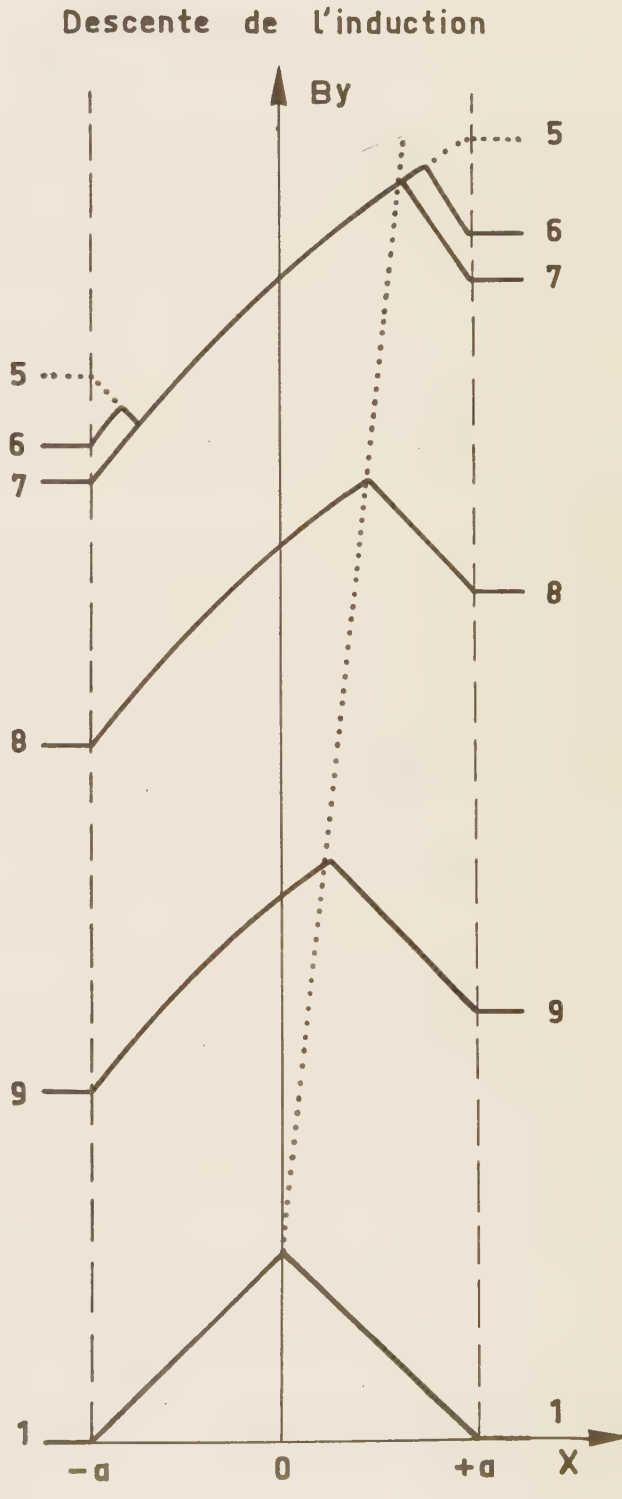


Fig. I.4

Chapitre II

LA TEMPERATURE : CHAMP SCALAIRE T(P,t).

La température étant un des paramètres fondamentaux dans la construction d'une machine supraconductrice, nous nous proposons de la déterminer le mieux possible à l'intérieur du bobinage.

II.1. THEORIE DE LA CHALEUR.

En physique mathématique [29], la température, en un point P à une époque t, est un champ scalaire défini par une fonction T(P,t).

II.1.1. Les hypothèses.

Elles sont au nombre de quatre :

Il existe une grandeur dite quantité de chaleur Q.

On admet que la variation de la quantité de chaleur est proportionnelle à la mesure de l'élément de volume noté dV_p et à la variation dT de la température soit :

$$dQ(dV_p) = C_1 \rho \frac{\partial T}{\partial t} dt\, dV_p$$

où C_1 est la chaleur spécifique et ρ la densité de masse.

Dans un domaine D la variation dQ(D) est due à deux causes :

- A un flux de chaleur à travers la surface ΣD, soit :

$$d_1 Q(D) = d\phi(\Sigma D)$$

- A une quantité de chaleur produite localement, proportionnelle à la mesure dV_p de l'élément de volume et au temps dt soit :

$$d_2 Q(dV_p) = \varphi\, dV_p\, dt$$

où φ est le terme de source.

En faisant apparaître un vecteur $\vec{F}$ nous avons (théorème flux-divergence) :

$$d\emptyset\ (\Sigma D) = \iiint_D \text{div}\ \vec{F}(P)\ dV_p$$

Les composantes du champ $\vec{F}$ sont des fonctions linéaires du champ $\overrightarrow{\text{grad}}\ T$ (hypothèse de FOURIER) soit :

$$\vec{F} = \bar{\bar{K}}\ \overrightarrow{\text{grad}}\ T$$

où le tenseur $\bar{\bar{K}}$ est appelé tenseur de conductibilité thermique.

II.1.2. Le schéma.

De ces quatre hypothèses, on peut déduire l'équation aux dérivées partielles :

$$\rho C_1 \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(\bar{\bar{K}}\ \overrightarrow{\text{grad}}\ T) - \varphi = 0 \qquad (1)$$

Le "système" étudié est donc représenté par un seul champ T qui est défini par des conditions initiales, des conditions aux limites et une équation aux dérivées partielles (1).

Les champs : densité ρ, conductibilité thermique $\bar{\bar{K}}$ et terme de source φ sont connus. Ce sont des caractéristiques du système étudié.

II.2. SOLUTION ADOPTEE.

Nous allons dans ce paragraphe résoudre l'équation (1).

II.2.1. Réflexions sur l'équation thermique.

Elles sont motivées par les caractéristiques du problème posé.

- Sur le champ de sources thermiques : $\varphi(P,t)$

En régime pulsé ce champ sera déterminé uniquement par les pertes dans le matériau supraconducteur [26]. En effet, la conception même du bobinage permet de considérer les pertes par courant de FOUCAULT dans les autres matériaux comme négligeables [30].

- Sur la chaleur spécifique volumique C ($C = \rho C_1$)

Dans le domaine des très basses températures, elle dépend de la température de l'induction magnétique et du point espace à cause de l'hétérogénéité. Nous pouvons l'écrire [31] :

$$C = C(P,B(P,t))\ T^r \qquad (2)$$

où r est un nombre entier.

- Le tenseur de conductibilité thermique dépendant des mêmes paramètres, nous l'écrirons [31] :

$$\bar{\bar{K}} = \bar{\bar{K}}(P,B(P,t))\ T^s \qquad (3)$$

où s est un nombre entier.

Compte tenu de la variation avec la température des paramètres thermiques $\bar{\bar{K}}$ et C, le premier problème à résoudre est la non-linéarité de l'équation (1).

II.2.2. Conditions physiques du problème.

Les dipoles pulsés sont une bonne illustration de ces conditions. Parmi ceux-ci, nous prendrons à titre d'exemple le dipole "MOBY" qui sera utilisé pour une vérification expérimentale de cette étude [32].

II.2.2.1. Structure d'un bobinage imprégné.

Un tel bobinage (fig. II.1) est constitué alternativement :

- de spires jointives du matériau supraconducteur (tresse, ruban, torons, ...)

- de couches de drains constituées de fils isolés d'un matériau de haute conductivité thermique (cuivre, aluminium, indium, ...).

L'ensemble ainsi réalisé est noyé dans de la résine époxy pour assurer une bonne tenue mécanique.

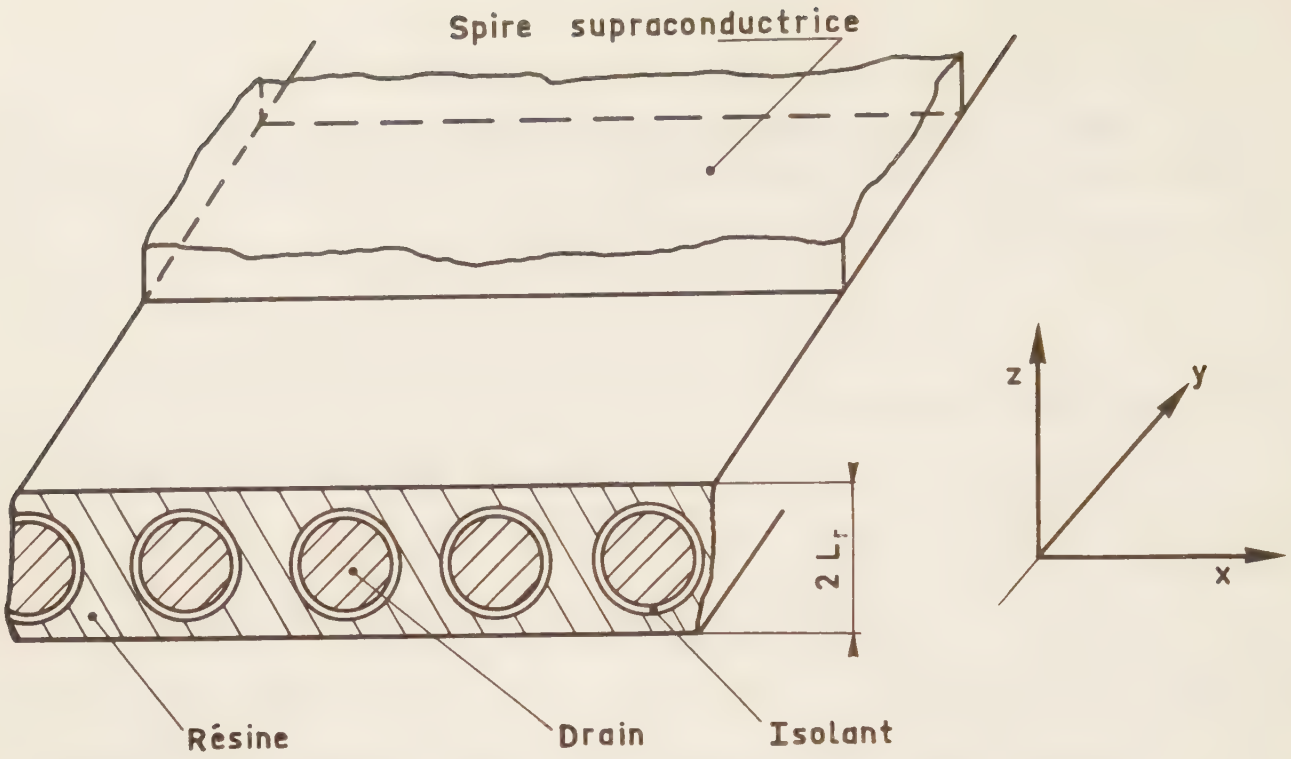


Fig. II.1

II.2.2.2. Modèle adopté.

C'est un modèle de structure plane où l'intercouche est considérée comme un matériau homogène de tenseur de conductibilité thermique anisotrope. Les différentes résistances de contact thermique sont intégrées dans ce tenseur équivalent [33].

Le choix de ce modèle s'est imposé du fait que de tels bobinages se présentent sous la forme de surfaces réglées et que la grandeur qui nous intéresse est la température du composite supraconducteur au contact avec l'intercouche.

II.2.3. Conditions initiales et aux limites.

. A l'instant initial t = 0, le bobinage est à la température uniforme du bain d'hélium liquide soit : T_o.

. Le système de coordonnées choisi est un système cartésien. Dans ce repère le bobinage se présente comme suit : (fig. II.2).

Dans le plan X = 0, l'intercouche se présente sous la forme d'une section rectangulaire de longueur L et d'épaisseur $2L_r$.

Les fortes épaisseurs de résine époxy forment un excellent isolant thermique à cause de leur très mauvaise conductivité thermique [34].

Dans ce système d'axes, le tenseur de conductibilité thermique du "matériau intercouche" est un tenseur diagonal.

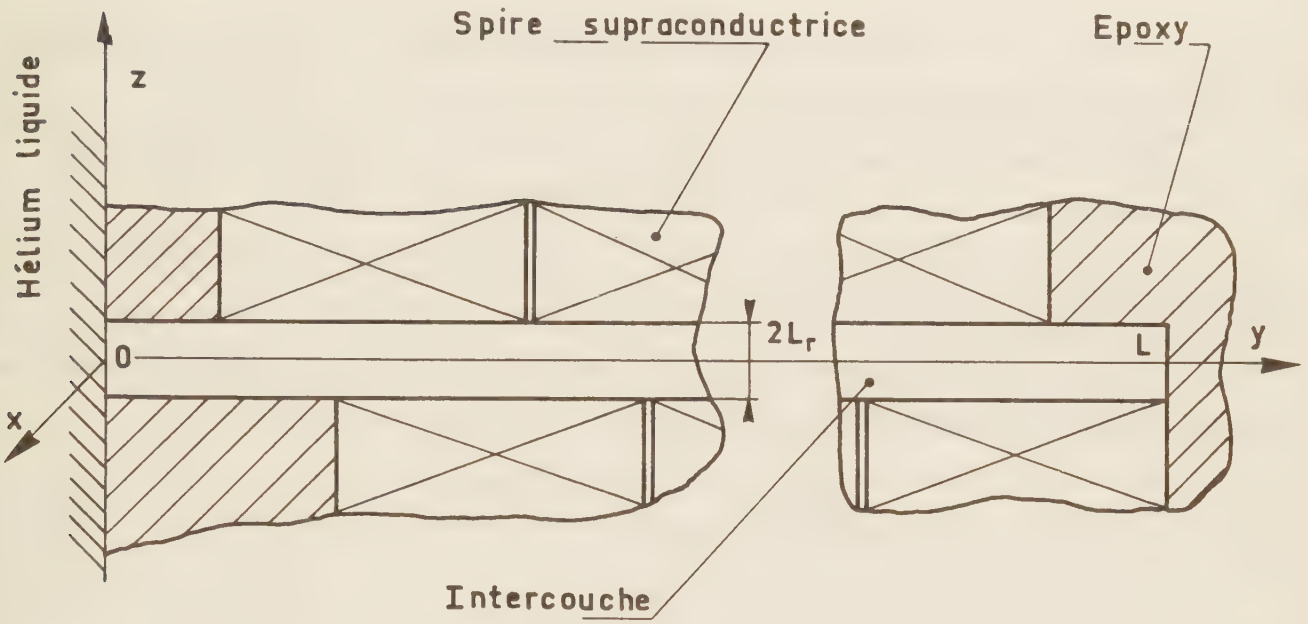


Fig. II.2

Les efforts électromagnétiques sont transmis au blindage magnétique à travers une importante épaisseur de résine époxy. Nous considérerons donc les échanges thermiques dans le plan Y = L comme nuls. Soit :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{x,L,z} = 0 \qquad (4)$$

L'évacuation de la chaleur vers le bain d'hélium liquide se fait dans le plan Y = 0. Soit :

$$- K^{yy} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{x,0,z} = h.(T_{x,0,z} - T_0) \qquad (5)$$

où h est le coefficient de transfert équivalent du matériau intercouche vers le bain d'hélium.

Nous supposerons connu le flux de chaleur dans les plans de contacts intercouche-conducteur. Soit :

$$\text{pour } z = L_r \qquad K^{zz}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{x,y,L_r} = -P^{+}(x,y,t) \tag{6}$$

$$\text{pour } z = -L_r \qquad K^{zz}\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{x,y,-L_r} = P^{-}(x,y,t) \tag{7}$$

De par son mode d'assemblage, le conducteur fera apparaître une périodicité de 2a. Cette valeur de 2a peut représenter :

- la longueur du motif d'échange thermique entre le conducteur et l'intercouche,
- toute valeur finie permettant d'effectuer un développement en série de FOURIER suivant l'axe des X.

Nous considérerons qu'aux limites a et -a le flux de chaleur est nul dans les plans x = a et x = -a. Soit :

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{a,y,z} = 0 \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{-a,y,z} = 0 \tag{9}$$

II.2.4. Linéarisation de l'équation thermique.

En tenant compte des relations (2) et (3) l'équation thermique (1) dans l'intercouche ($\varphi = 0$) devient :

$$C\, T^{r-s} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^{s+1} - \operatorname{div}\left(\overline{\overline{K}}\, \overrightarrow{\operatorname{grad}}\, T^{s+1}\right) = 0 \tag{10}$$

Pour linéariser l'équation (10) nous sommes amenés à prendre r = s. La validité de cette approximation sera discutée dans le chapitre III.

Nous décomposons la puissance $(s+1)^{\text{ième}}$ de la température en la somme de trois termes soit : $T^{s+1} = T_0^{s+1} + f(t) + \psi(x,y,z,t)$ où T_0 est la température du bain d'hélium liquide, $f(t)$ une image de la température à l'interface avec l'hélium liquide et $\psi(t)$ une image de la température à l'intérieur de l'intercouche.

Pour simplifier l'équation (10) nous définissons une fonction $g(P,t)$ par :

$$g = \frac{df}{dt} - (\alpha-1)\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\overrightarrow{grad}\,\overline{\overline{K}}.\overrightarrow{grad}\psi}{C}$$

où α est déterminé de manière que la valeur moyenne de g^2 soit la plus faible possible. L'équation (10) devient :

$$C\left(g + \alpha \frac{\partial \psi}{\partial t}\right) - \overline{\overline{K}}\,\Delta\psi = 0 \qquad (11)$$

Nous négligerons g devant $\alpha \frac{\partial \psi}{\partial t}$. Soit $\frac{df}{dt} - \frac{\overrightarrow{grad}\,\overline{\overline{K}}.\overrightarrow{grad}\psi}{C}$ négligeable devant $(2\alpha-1)\frac{\partial \psi}{\partial t}$. Ce qui signifie physiquement :

a) une certaine homogénéité de l'induction magnétique pour négliger $\frac{\overrightarrow{grad}\,\overline{\overline{K}}.\overrightarrow{grad}\psi}{C}$ devant $\frac{df}{dt}$, ce qui est très largement réalisé dans notre problème.

b) que la variation de la température, en fonction du temps, à l'interface avec l'hélium liquide est faible devant celle de l'intercouche. Cette approximation sera d'autant plus valable que le rôle de filtre thermique de l'intercouche sera grand et que l'on sera à l'intérieur du bobinage.

L'équation thermique se réduit à :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\overline{\overline{K}}(t)}{\alpha C(t)}\Delta\psi = 0 \qquad (12)$$

Nous poserons $\overline{\overline{a}} = \frac{\overline{\overline{K}}(t)}{\alpha C(t)}$. La dernière hypothèse sera de considérer $\overline{\overline{a}}$ comme faiblement variable au cours du temps par rapport à $\frac{\partial \psi}{\partial t}$. Hypothèse d'autant plus vraisemblable que l'induction magnétique est assez homogène le long d'une couche et que les fréquences de pulsation sont faibles.

II.2.5. Développement en série de la solution.

Maintenant le champ de température T se trouve défini par deux équations :

$$T^{r+1} = T_0^{r+1} + f(t) + \psi(P,t) \qquad (13)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - \overline{\overline{a}}\,\Delta\psi = 0 \qquad (14)$$

Le problème sera traité par transformée de LAPLACE.

II.2.5.1. Transformée de LAPLACE.

On appelle transformée de Laplace d'une fonction h(t), intégrable sur tout intervalle fini et nulle pour $t < 0$, la fonction $\mathcal{L}h(t)$ holomorphe de la variable p définie par :

$$\mathcal{L}h(t) = F(p) = \int_o^\infty h(t)e^{-pt}\,dt$$

L'équation (14) devient, sous réserve de pouvoir intervertir l'intégration par rapport au temps et la différentiation du second ordre :

$$p\,\Psi_{(p)} - \bar{\bar{a}}_o \Delta\Psi_{(p)} = \Psi_o \qquad (15)$$

où Ψ_o représente la valeur initiale de la fonction ψ.

. L'équation (13) se transforme en :

$$T^{r+1}_{(p)} = \frac{T^{r+1}_o}{p} + f_{(p)} + \Psi_{(p)} \qquad (16)$$

Notre problème se résume dorénavant à la détermination des fonctions $f_{(p)}$ et $\Psi_{(p)}$.

II.2.5.2. Transformées des conditions aux limites.

Les conditions exprimées en 4, 5, 6, 7, 8, 9, deviennent :

$$\cdot \left(\frac{\partial\Psi_{(p)}}{\partial y}\right)_{x,L,z} = 0 \qquad (4')$$

$$\cdot \frac{-K^{yy}}{r+1}\left(\frac{\partial\Psi_{(p)}}{\partial y}\right)_{x,o,z} = \mathcal{L}\left[h.(T_{x,o,z} - T_o)\right] \qquad (5')$$

$$\cdot \frac{K^{zz}}{r+1}\left(\frac{\partial\Psi_{(p)}}{\partial z}\right)_{x,y,L_r} = P^+_{(p)}\ (x,y) \qquad (6')$$

$$\cdot \frac{K^{zz}}{r+1}\left(\frac{\partial\Psi_{(p)}}{\partial z}\right)_{x,y,-L_r} = P^-_p\ (x,y) \qquad (7')$$

$$\cdot \left(\frac{\partial\Psi_{(p)}}{\partial x}\right)_{a,y,z} = 0 \qquad (8')$$

$$\cdot \left(\frac{\partial \Psi(p)}{\partial x}\right)_{-a,y,z} = 0 \qquad (9')$$

II.2.5.3. La solution $T^3_{(p)}$.

De nombreuses études [35, 36] effectuées sur les transferts vers l'hélium liquide nous ont conduits à prendre pour le coefficient de transfert thermique h la valeur :

$$h = h_o(T^2 + T\,T_o + T_o^2)$$

où h_o est une constante. La relation (5') devient :

$$\frac{-K^{yy}}{r+1}\left(\frac{\partial \Psi(p)}{\partial y}\right)_{x,o,z} = h_o\left(\mathcal{L}\,(T^3_{x,o,z}) - \frac{T_o^3}{p}\right) \qquad (5'')$$

Cette relation nous a conduits à prendre r = 2. Nous reviendrons sur cette approximation dans le chapitre III.

d'où : $$\mathcal{L}(T^3_{x,o,z}) = \frac{T_o^3}{p} + f_{(p)} + (\Psi_{(p)})_{x,o,z}$$

Prenant la condition laissée arbitrairement libre $(\Psi_{(p)})_{x,o,z} = 0$ et développant $P^+_{(p)}$ et $P^-_{(p)}$ en série de FOURIER nous obtenons la solution $T^3_{(p)}$.

$$T^3_{(p)} = \frac{T_o^3}{p} + f_{(p)} + \Psi_{(p)}$$

où $f_{(p)}$ est donnée par :

$$f_{(p)} = -\frac{K^{yy}}{3\,S\,h_o}\iint\left(\frac{\partial \Psi(p)}{\partial y}\right)_{x,o,z} dx\,dy$$

(S étant la surface d'échange avec l'hélium liquide)

et $\Psi_{(p)}$ est définie par :

l'équation $$p\Psi_{(p)} - \bar{\bar{a}}_o \Delta \Psi_{(p)} = 0$$

et les conditions :

$$\frac{\partial \Psi(p)}{\partial x} = 0 \quad \text{pour } x = -a \text{ et } x = +a$$

$$\frac{\partial \Psi(p)}{\partial y} = 0 \quad \text{pour } y = L$$

$$\Psi_{(p)} = 0 \quad \text{pour } y = 0$$

$$\frac{K^{zz}}{3}\left(\frac{\partial \Psi(p)}{\partial z}\right)_{L_r} = -P^{+}_{(p)} = -\Sigma \cos\left(\frac{k\pi}{a}x\right).\sin(2n+1)\ \frac{\pi}{2L}y.P^{+}_{nk}$$

$$\frac{K^{zz}}{3}\left(\frac{\partial \Psi(p)}{z}\right)_{-L_r} = P^{-}_{(p)} = -\Sigma \cos\left(\frac{k\pi}{a}x\right).\sin(2n+1)\ \frac{\pi}{2L}y.P^{-}_{nk}$$

La résolution de ces équations est effectuée en annexe 1.

II.3. DETERMINATION DES COEFFICIENTS P_{nk}.

Les P_{nk} sont liés uniquement aux caractéristiques du câble supraconducteur utilisé. C'est-à-dire à la puissance de pertes et à la forme du conducteur.

II.3.1. Modèle adopté.

Nous avons fait les suppositions suivantes :

. La quantité de chaleur produite par les pertes du matériau supraconducteur est transmise dans des zones bien délimitées au matériau "intercouche". Ces zones seront assimilées à des morceaux de plan. Cette assimilation est parfaitement justifiée car, après "compactage", le câble se présente suivant une section rectangulaire [37]. La figure II.3 représente une photo de la coupe d'un tel câble.

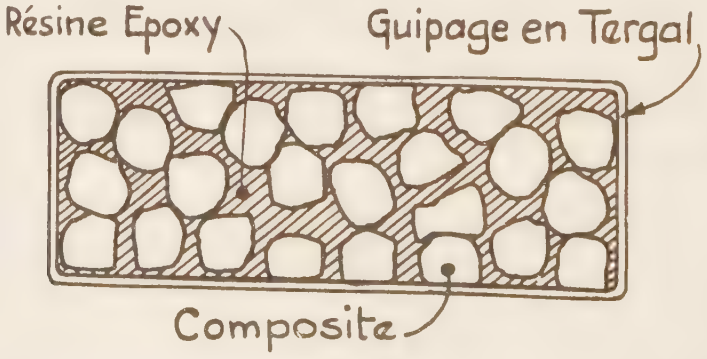


Fig. II.3 Coupe d'un câble compacté.

. A l'intérieur du câble imprégné, le cuivre "stabilisant" joue le rôle d'un shunt thermique. Pour s'en convaincre il suffit de comparer les conductivités thermiques des différents matériaux. En effet [34, 38] le rapport des conductivités thermiques du cuivre et de la résine d'imprégnation est d'environ 10^4 et celui du cuivre et du supraconducteur de 5.10^3.

. Nous rappellerons, pour mémoire, que la résistance thermique du contact entre le conducteur et l'intercouche (isolant compris) est comptée dans le tenseur de conductibilité équivalent.

II.3.2. Propagation thermique le long d'un fil.

Soit un fil de longueur L_s et de section S_1 (fig. II.4)

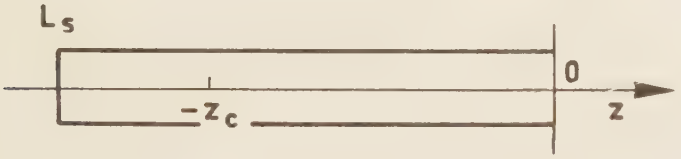


Fig. II.4.

Ce fil est le siège de pertes et le flux s'écoule suivant l'axe des z.

La propagation de l'élément $\delta q(-z_c)$ de chaleur est régie par l'équation :

$$p\delta q - a \frac{d^2\delta q}{dz^2} = 0 \qquad (17)$$

qui admet pour solution :

$$\delta q = A.\exp(+\sqrt{\frac{p}{a}}\, z) + B.\exp(-\sqrt{\frac{p}{a}}\, z) \qquad (18)$$

Pour z infini q doit être fini d'où A = 0.

Pour $z = -z_c$ on a : $\delta q = \varphi_{(p)} S_1\, dz_c$ où $\varphi_{(p)}$ est la transformée de LAPLACE de la densité de pertes. La solution (18) devient :

$$\delta q(z) = \varphi_{(p)} S_1 \exp(-\sqrt{\frac{p}{a}}\,(z+z_c))\, dz_c$$

Soit pour z = 0 : $\delta q = \varphi_{(p)} S_1 \exp(-\sqrt{\frac{p}{a}}\, z_c)\, dz_c$.

Le flux Q transmis par cet élément de fil au point z = o sera donné par l'intégrale de δq de L_s à 0. Soit :

$$Q = \frac{\Phi(p)^{S_1}}{\sqrt{\frac{p}{a}}} \left(1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{p}{a}}\, L_s\right)\right) \qquad (19)$$

II.3.3. Configuration du câble utilisé.

Le câble utilisé est une tresse de 24 composites de 1000 filaments de niobium-titane chacun [37]. Cette tresse est ensuite compactée pour obtenir une section rectangulaire de section 4 x 2 mm^2.

II.3.3.1. Les zones d'échanges.

Elles sont constituées d'un motif élémentaire ou maille d'indices j et q. Les positions analytiques de cette maille sont données sur la figure II.5.

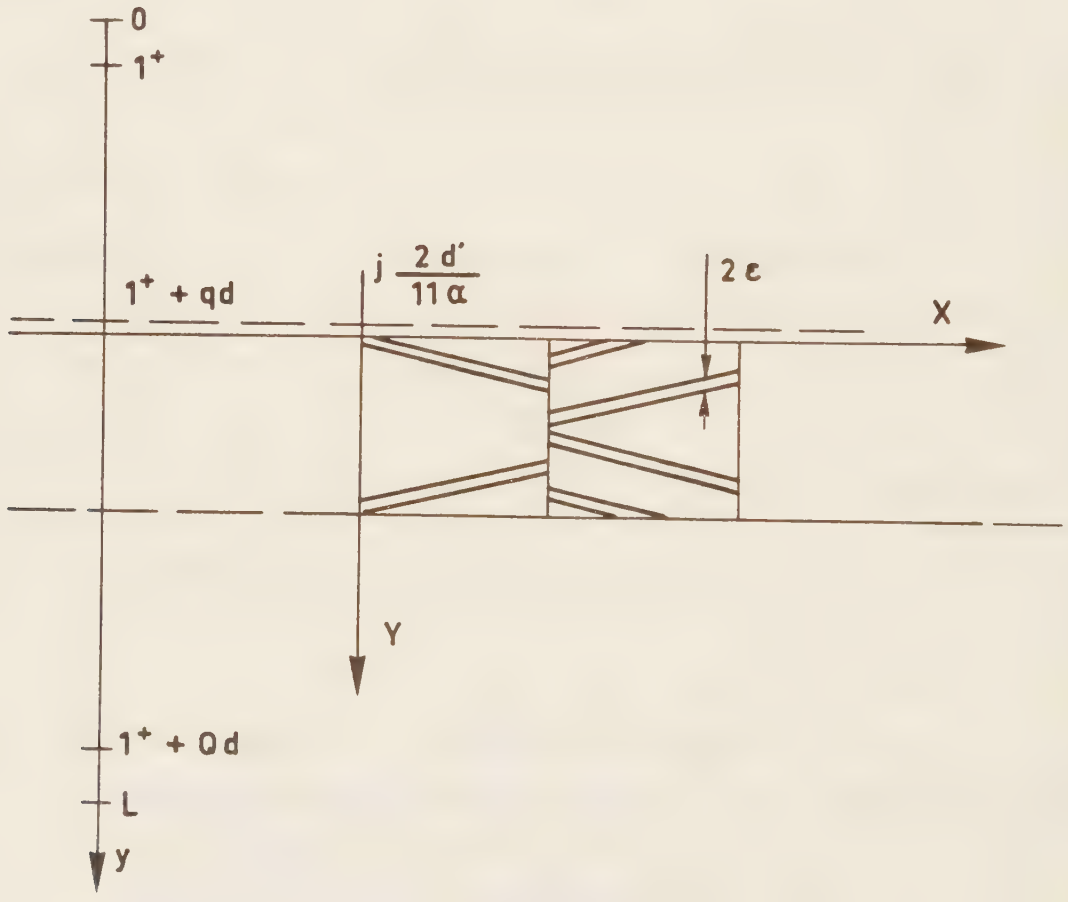


Fig. II.5

Nous avons utilisé un certain nombre de paramètres du conducteur que nous allons préciser.

α : tangente du composite dans la tresse,

d : largeur de la tresse (bobinage compris),

1^+ : début du bobinage,

Q : nombre de tresses par couche,

r_c : rayon du fil supraconducteur (composite),

d' : largeur géométrique de la tresse.

Nous nous plaçons dans un plan $z = +L_r$, x et y sont les coordonnées courantes de l'intercouche.

Nous définissons les axes du motif élémentaire X et Y par les changements :

$$X = x - \frac{d'}{11\alpha} - j\,\frac{2d'}{11\alpha}$$

$$Y = y - 1^+ - q.d$$

Les équations des zones d'échanges dans la maille d'indices j, q sont :

$$0 < X < \frac{d'}{11\alpha} \qquad Y = \alpha X + \frac{3d'}{22} \qquad Y = -\alpha X + \frac{19d'}{22}$$

$$\frac{d'}{11\alpha} < X < \frac{2d'}{11\alpha} \qquad Y = \alpha X + \frac{11d'}{22} \qquad Y = -\alpha X + \frac{11d'}{22}$$

$$\frac{d'}{11\alpha} < X < \frac{3d'}{22\alpha} \qquad Y = \alpha X + \frac{19d'}{22} \qquad Y = -\alpha X + \frac{3d'}{22}$$

Dans la maille j, q les pertes sont P_{jq}, les indices j et q variant dans les limites :

$$j \in [-J,\ J-2] \qquad q \in [0,\ Q-1]$$

La largeur du motif suivant l'axe Y est $2\mathcal{E}$ avec $\mathcal{E} = r_c\sqrt{1+\alpha^2}$.

La périodicité en x sera prise égale à :

$$a = (2J - 1)\,\frac{d'}{11\alpha}$$

II.3.3.2. Calcul des coefficients P_{nk}.

Nous considérons que les P_{jq} sont constants dans la maille considérée. Les calculs sont effectués en annexe 2. Nous ne rappellerons ici que les équations de départ.

$$P^{+}_{nk} = \frac{2}{aL} \sum_{jq} P^{+}_{jq} \iint_{S_{jq}} \cos\left(\frac{k\pi x}{a}\right) \sin\left((2n+1)\,\frac{\pi y}{2L}\right) dx\, dy$$

$$P^{-}_{nk} = \frac{2}{aL} \sum_{jq} P^{-}_{jq} \iint_{S_{jq}} \cos\left(\frac{k\pi x}{a}\right) \sin\left((2n+1)\,\frac{\pi y}{2L}\right) dx\, dy$$

S_{jq} représente la surface de la maille jq.

II.4. DETERMINATION DES COEFFICIENTS P_{jq}.

Les P_{jq} représentent les pertes du supraconducteur dans la maille j, q. Connaissant la densité de pertes $\varphi_{(p)}$, la propagation le long d'un fil (19) et sachant que dans une maille il y a 6 zones d'échanges (figure II.5) nous obtenons :

$$P_{jq} = \frac{6 S_1 \varphi_{(p)}}{\sqrt{\frac{p}{a}}} \left(1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{p}{a}}\, L_s\right)\right) \qquad (20)$$

où : a est la diffusivité thermique du transfert supra-cuivre,

S_1 est la section du composite (cuivre seulement),

L_s est une longueur équivalente de propagation thermique du composite.

II.4.1. Profil de pertes.

Sur la figure II.6, la forme de l'induction magnétique ou du courant en fonction du temps, est représentée dans le régime dit "pulsé.

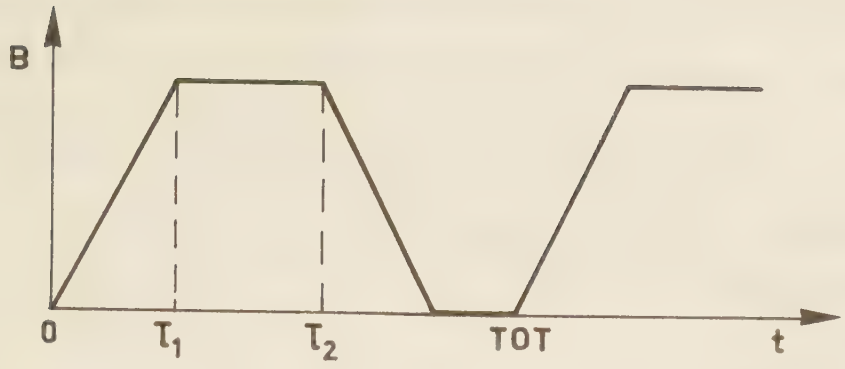


Fig. II.6

TOT représente la période, τ_1 la durée de montée et de descente de l'induction magnétique, $\tau_2 - \tau_1$ la durée du palier où l'induction est maximum.

Nous avons indiqué en pointillé dans la figure II.7 le profil de la puissance de pertes $\varphi(t)$ déduit des nombreux travaux effectués sur les pertes des bobines supraconductrices alimentées en courant pulsé (rappellés succintement dans le paragraphe I.4). Nous avons utilisé dans cette étude le profil approché indiqué en trait plein.

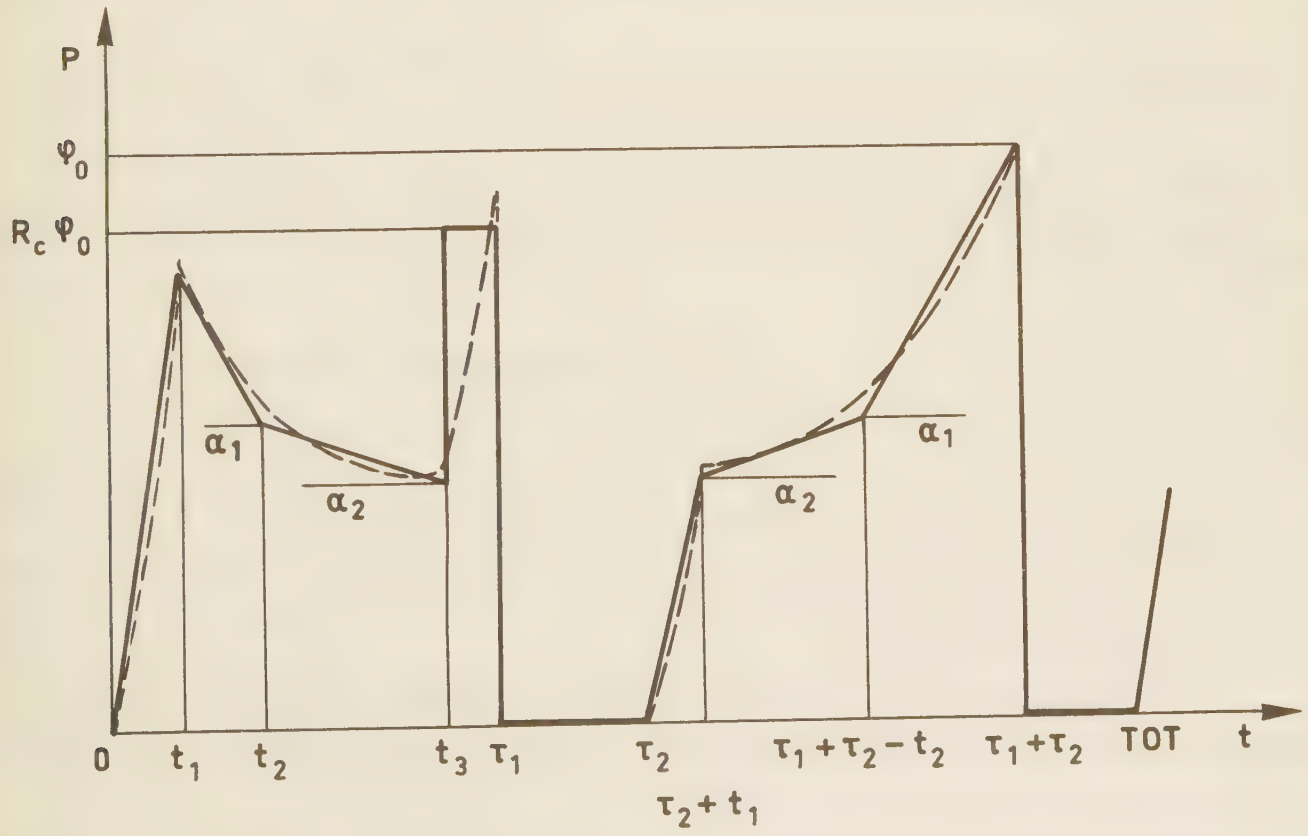


Fig. II.7

t_1 est la durée de pénétration et de dépénétration de l'induction magnétique dans le matériau supraconducteur.

L'échelon apparaîssant à partir de t_3 est dû à la structure même du composite à l'approche du courant critique, les couches externes de filaments du composite étant les premières à se remplir [27].

Les valeurs t_1, t_2, t_3, α_1, α_2 et R_c dépendent fortement de l'induction magnétique.

II.4.2. Calcul de $\varphi_{(p)}$.

Nous obtenons $\varphi_{(p)}$ en effectuant une transformée de LAPLACE du profil de pertes $\varphi_{(t)}$ adopté.

$$\varphi_{(p)} = \frac{\varphi_o}{p^2\left(1-e^{-pTOT}\right)}\left[\left(\frac{1}{t_1} - tg\,\alpha_1\right) - \frac{e^{-pt_1}}{t_1} + (tg\,\alpha_1 - tg\,\alpha_2)e^{-pt_2} + tg\,\alpha_2 e^{-pt_3}\right.$$

$$- p\left[1 - t_2\,tg\,\alpha_1 - (t_3 - t_2)tg\,\alpha_2 - R_c\right]e^{-pt_3} - p\,R_c e^{-p\tau_1} + tg\,\alpha_2\, e^{-p(\tau_2+t_1)}$$

$$+ (tg\,\alpha_1 - tg\,\alpha_2)e^{-p(\tau_1+\tau_2-t_3)} - tg\,\alpha_1\, e^{-p(\tau_1+\tau_2)} - p\, e^{-p(\tau_1+\tau_2)}$$

$$\left. + \frac{1 - t_2\,tg\,\alpha_1 - (\tau_1 - t_2 - t_1)tg\,\alpha_2}{t_1}\left(e^{-p\tau_2} - e^{-p(\tau_2+t_1)}\right)\right] \qquad (21)$$

Les pertes au cours d'un cycle dans le matériau supraconducteur sont données par la surface de ce profil soit :

$$Pc = \varphi_o\left[\tau_1 + t_3 - t_1 + t_2\,tg\,\alpha_1\,(t_1 + t_2 - t_3 - \tau_1)\right.$$

$$\left. + R_c(\tau_1 - t_3) + \frac{tg\,\alpha_2}{2}\left(t_2(2t_3 - t_1 + 2\tau_1 - 2t_2) - t_3^2 - \tau_1^2 + \tau_1\, t_1\right)\right] \qquad (22)$$

II.5. DETERMINATION DE T.

A l'aide de la formule (21) nous pouvons calculer les P_{jq} dans l'équation (20) puis les P_{nk} et enfin $T^3_{(p)}$ qui est la transformée du cube de la température.

Pour alléger les calculs nous supposerons que le plan z = 0 est un plan de symétrie local pour l'intercouche. C'est-à-dire que nous considérerons pour la couche choisie que :

$$T(x,y,L_r) = T(x,y,-L_r) \quad \text{soit} \quad P^{+}_{nk} = P^{-}_{nk}.$$

La valeur de $T^3_{(p)}(x,y,L_r)$ est donnée dans l'annexe 3. Les différents calculs conduisant à cette valeur ne sont pas reproduits dans l'annexe [39].

II.5.1. T^3 à l'équilibre.

Nous obtenons sa détermination à partir de la formule d'inversion de MELLIN-FOURIER [40] soit :

$$T^3 = \frac{1}{2i\pi} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} T^{3+}_{(p)} \exp(pt)\, dp$$

Nous nous intéressons aux régimes d'équilibre. C'est-à-dire que nous calculons uniquement les résidus des pôles relatifs à l'axe imaginaire. Ceux-ci sont donnés par exp(-pTOT) = 1 soit :

pour $p = im\omega$ avec $\omega = \frac{2\pi}{TOT}$ et m entier relatif.

Nous avons remarqué aussi que les résidus relatifs à m et à -m sont complexes conjugués.

Toutes ces remarques nous ont conduits à exprimer T^3 par une série à quatre indices q, m, k, n. Les détails de ces calculs sont donnés dans la référence 39.

II.5.2. Convergence de la série.

Sous quelle forme se présente le terme général de cette série ?

. L'indice q représente le numéro de la tresse considérée dans la couche. C'est un indice fini qui ne présente aucun problème pour la convergence.

. Pour les autres indices les termes sont de la forme : $m^{-7/2}\ k^{-2}\ (2n+1)^{-3}$, ce qui ne pose pas de problèmes particuliers.

. On s'apercevra en pratique que la série converge très rapidement. Ceci s'explique par une sorte de "pseudo-alternance".

II.6 L'OUTIL T.

Ce chapitre a été consacré au calcul du champ scalaire de température T à l'intérieur du bobinage. Cette fonction, sous sa forme de développement en série, ne présente pour nous qu'un outil de travail. Cet outil, utilisable sous la forme d'un programme de calcul, nous servira à prévoir les performances d'un bobinage "pulsé" et à étudier l'influence de divers paramètres.

Chapitre III

LES PARAMETRES THERMIQUES.

Ce chapitre est consacré à la détermination expérimentale de l'influence des paramètres - température, induction magnétique, pression et orientation du champ de gravitation - sur les conductibilités thermiques, les diffusivités thermiques et le coefficient de transfert avec l'hélium liquide des différents matériaux et composites assurant le refroidissement d'un bobinage imprégné.

III.1. LES GRANDEURS THERMOCINETIQUES.

A l'échelle atomique, les grandeurs thermocinétiques sont déterminées par les vibrations des atomes (phonons) et par les porteurs (gaz d'électrons libres, ...).

III.1.1. Contribution du réseau [41, 42].

Dans le modèle d'EINSTEIN, un atome vibre comme un oscillateur harmonique dans le champ créé par ses voisins. Le nombre moyen de phonons dans l'état quantique considéré (q) est donné à l'équilibre par la distribution de PLANCK.

$$\bar{n}_q = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\nu_q}{kT}\right) - 1}$$

où ν_q est la fréquence de vibration et k la constante de BOLTZMANN. Leur énergie moyenne est donnée par $\bar{E}_q = (\bar{n}_q + \frac{1}{2})\hbar\nu_q$.
Supposant que le solide a $D(\nu)$ modes de vibration entre ν et $\nu + d\nu$, l'énergie moyenne de celui-ci sera donnée par :

$$E = \int D(\nu)\, n(\nu, T)\hbar\nu . d\nu$$

Par définition, la chaleur spécifique est donnée par :

$$C_v = \frac{1}{V}\frac{\partial E}{\partial T}$$

En posant $Z = \frac{h\nu}{kT}$ et Θ température de DEBYE, la chaleur spécifique se présente sous la forme d'une intégrale :

$$C_v = 3Nk\left(\frac{T}{\Theta}\right)^3 \int_0^{\frac{\Theta}{T}} \frac{e^Z Z^4}{(e^Z-1)^2}\, dZ$$

Pour les très basses températures la chaleur spécifique varie sensiblement comme T^3 soit : $C_v = AT^3$.

Une théorie élémentaire nous donne pour la conductibilité thermique : $K_v = \frac{1}{3} C.V_p.L$

où : C est la chaleur spécifique, V_p la vitesse moyenne des phonons,
L leur libre parcours moyen.

En généralisant, la conductibilité thermique se met sous la forme d'une intégrale :

$$K_v = \frac{1}{3}\int C(q)V(q)L(q)\, dq$$

Aux basses températures, la conductibilité dépend fortement de l'échantillon. Ainsi celle-ci peut varier en T^3 si les dimensions sont de l'ordre du libre parcours moyen, en T^{-1} ou en $T^{-1/2}$ suivant les impuretés et le modèle choisi pour les calculs [43, 44].

II.1.2. Contribution des porteurs [41, 42, 45].

Nous rappellerons les principaux résultats de physique des solides.

L'obtention des équations régissant les phénomènes de transport dans les solides se fait à partir de l'équation de BOLTZMANN :

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} - \frac{q}{m}(\vec{v} \wedge \vec{B})\nabla_v f_1 - \frac{\partial f_o}{\partial \mathcal{E}}\vec{v}(\nabla_r \bar{\mu} + \frac{\mathcal{E}-\mu}{T}\nabla_r T) = Cf$$

où : $f = f_o + f_1$, f_o étant la fonction d'équilibre thermodynamique locale (distribution de FERMI-DIRAC) et f_1 une perturbation par rapport à cet équilibre.

où : $\mu(r)$ est le potentiel chimique au point r.

$\mathcal{E}$ est l'énergie de la particule, $\vec{v}$ sa vitesse, m sa masse et q sa charge.

$\bar{\mu} = \mu - q\phi$ avec $\vec{E} = \nabla_r \phi$

C est un opérateur linéaire.

En pratique l'équation de BOLTZMANN a même solution en remplaçant Cf par :

$$- \frac{f - f_o}{\tau_1(\vec{v})} = - \frac{f_1}{\tau_1}$$

Les problèmes se résument à la détermination de f_1. Ainsi considérant des forces indépendantes du temps et nous plaçant dans un régime permanent, nous obtenons :

$$f_1 = A^{-1} \left(\frac{\partial f_o}{\partial \mathcal{E}} \vec{v}.(\nabla_r \bar{\mu} + \frac{\mathcal{E} - \mu}{T} \nabla_r T) \right)$$

où A^{-1} est l'inverse de l'opérateur $A = \frac{1}{\tau_1} - \frac{q}{m} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \nabla_v$

f_1 se met sous la forme :

$$f_1 = (\text{fonction de } \vec{v}) \nabla_r \bar{\mu} + (\text{fonction de } \vec{v}) \nabla_r T$$

A partir de la définition des vecteurs densité de courant $\vec{J}$ et flux d'énergie $\vec{Q}$, nous obtenons l'expression générale des propriétés de transport :

$$\vec{J} = - q \int f_1 \vec{v} \, d^3v = \bar{\bar{G}} (\nabla_r \frac{\bar{\mu}}{q} - \bar{\bar{S}} \nabla_r T) \qquad (23)$$

$$\vec{Q} = \int \mathcal{E} f_1 \vec{v} \, d^3v = \bar{\bar{\pi}} \vec{J} - \bar{\bar{K}} \bar{\bar{\nabla}}_r T \qquad (24)$$

où : $\bar{\bar{G}}$, $\bar{\bar{S}}$, $\bar{\bar{\pi}}$ et $\bar{\bar{K}}$ sont des tenseurs du deuxième ordre dépendant de l'induction magnétique, de la température et du matériau. Plaçons-nous dans des cas particuliers pour voir la signification de ces tenseurs.

- Système isotherme et homogène

(23) et (24) deviennent : $\vec{J} = \bar{\bar{G}} \vec{E}$ et $\vec{Q} = \bar{\bar{\pi}} \vec{J}$

Nous pouvons reconnaître en $\bar{\bar{G}}$ le tenseur de conductibilité électrique et en $\bar{\bar{\pi}}$ le coefficient de PELTIER.

- Système ouvert $\vec{J} = 0$

(23) et (24) deviennent : $\nabla_r \bar{\mu} = q\bar{\bar{S}}\, \nabla_r T$ et $\vec{Q} = -\bar{\bar{K}}\, \nabla_r T$

Nous pouvons reconnaître en $\bar{\bar{K}}$ le tenseur de conductibilité thermique et en $\bar{\bar{S}}$ le pouvoir thermo-électrique (coefficient SEEBECK).

Sous une induction nulle et aux basses températures, on montre que la capacité calorifique des porteurs est proportionnelle à la température : $C = \gamma T$. La conductibilité thermique subit les mêmes variations : $K = \alpha T$.

II.1.3. Grandeurs thermocinétiques aux basses températures.

Après ce bref rappel, nous pouvons écrire pour les grandeurs thermocinétiques d'un solide aux basses températures et sous une induction magnétique nulle :

$$C = \gamma T + AT^3$$

$$K = \alpha T + \frac{1}{3}\int C(q)V(q)L(q)\, dq$$

Pour les solides conducteurs, A est très grand devant γ. Par exemple pour le cuivre vers 4°Kelvin [46] $A = 400$ et $\gamma = 7.10^{-4}$ Pour ces mêmes matériaux, le terme αT dans la conductibilité thermique est prépondérant.

II.1.4. Transfert solide-liquide.

Nous traiterons ce transfert uniquement comme une relation de passage entre deux milieux [47]. Dans ce cas, la conservation du flux thermique s'exprimera par l'équation :

$$\bar{\bar{K}}_s\, \nabla_n T = h_L(T_L - T_s)$$

où : $\nabla_n T$ signifie $\frac{\partial T}{\partial \vec{n}}\vec{n}$ étant la normale à la surface de contact.

T_s est la température du solide et T_L celle du liquide à la surface de séparation.

III.2. ETUDES EXPERIMENTALES.

Celles-ci sont divisées en trois parties : l'appareillage, les calculs effectués et les résultats expérimentaux que nous commenterons.

III.2.1. L'appareillage :

Celui-ci comprend essentiellement des capteurs de température et des blocs de montage.

III.2.1.1. Les thermomètres.

Nous avons utilisé dans notre étude [48] des résistances de carbone du type Allen-Bradley (100 Ω à l'ambiante) sous les formes suivantes :

- avec leur protection isolante d'origine,
- limées et noyées dans un cylindre de cuivre avec la résine STYCAST 2850 FT (Emmerson-Coming).

Ces sondes sont "choquées" thermiquement plusieurs fois avant leur utilisation afin d'améliorer leur fidèlité.

Nous avons tracé, pour une induction nulle, les courbes $\frac{R(T)}{R_{(4.18)}} = f(T)$ de sondes présentant, à la température de l'hélium liquide, des résistances électriques égales à quelques pour-cent près. Nous nous sommes aperçus que ces courbes étaient identiques et que nous possédions, en quelque sorte, un abaque d'étalonnage nous permettant de faire des mesures de température à mieux de 0.005°K (fig. III.1).

Pour exploiter les capteurs, il suffit de connaître la pression atmosphérique au moment de l'expérience. En effet à cette pression de vapeur saturante d'hélium correspondent une température T_o et une résistance ohmique $R(T_o)$ et l'on a :

$$\frac{R(T)}{R(T_o)} \frac{R(T_o)}{R_{(4.18)}} = f(T) = \frac{R(T)}{R(T_o)} f(T_o)$$

L'étude expérimentale [48] de l'influence de l'induction magnétique sur ces capteurs nous a permis d'établir la formule :

$$\frac{R(T)}{R(T_o)} = \frac{f(T)}{f(T_o)} = \frac{Rmes(B,T)}{R(T_o)} (1 - \mu B^2 + 4\mu^2 B^4)$$

où : B est l'induction magnétique, $f(T_o)$ et $R(T_o)$ sont les valeurs à l température T_o et à induction nulle, Rmes(B,T) est la résistance de la sonde à la température T et à l'induction B, μ est un coefficient expérimental dû à la magnétorésistance qui dépend de l'orientation de l'induction magnétique et qui vaut typiquement $10^{-3}T^{-2}$, f(T) est la grandeur intervenant sur l'abaque pour la détermination de la température.

La constante de temps des sondes utilisées est d'environ : 8 ms [49].

III.2.1.2. Dispositif expérimental de mesures des paramètres thermiques.

Celui-ci (fig. III.2) consiste en un cylindre en acier inoxydable fermé à la partie supérieure par une plaque de cuivre. L'échantillon est soudé avec du "métal de WOOD" sur cette plaque, ainsi qu'un dispositif (échelle isotherme) évitant tout apport par conduction à partir des différents fils de mesures. La plaque en cuivre maintient la température de référence égale à celle de l'hélium liquide à quelques millièmes de degré près. Un vide secondaire évite toutes pertes p convexion. L'ensemble peut-être placé dans une induction magnétique.

III.2.1.3. Mesure du coefficient d'échange.

Le bloc de mesure est représenté sur la figure III.3.

Le principe de mesure étant basé sur une méthode de différence, nous avons conçu un anneau de garde thermique pour éliminer tous flux thermiques suivant des directions autres que celles de l'axe de l'échantillon.

III.2.2. Formules utilisées.

III.2.2.1. Pour la conductibilité thermique [50].

Nous ne nous intéressons qu'à la propagation thermique le long d'un axe principal de notre échantillon (fig. III.4)

Nous considérons dans nos calculs la conductibilité thermique comme une fonction linéaire de la température. Cette hypothèse ser très bien vérifiée pour les matériaux utilisés dans le domaine de température nous intéressant.

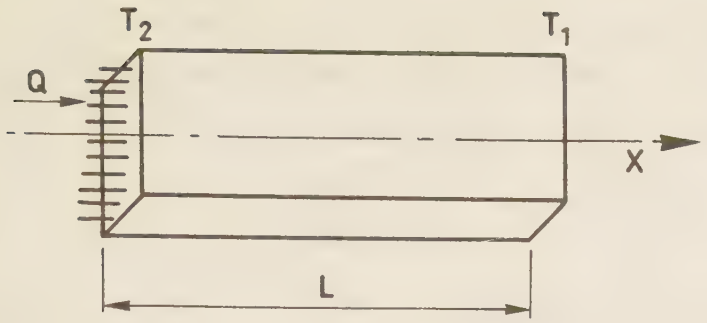


Fig. III.4

Nous nous plaçons en régime stationnaire soit : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$.
Le flux transmis est constant et vaut Q d'où l'équation :

$$- K \frac{dT}{dx} = \frac{Q}{S} \qquad (25)$$

avec : $K = K_o(B) + K_1(B)T$

Soient L la longueur de l'éprouvette et S sa section. L'équation (25) nous donne dans une induction magnétique constante B :

$$K_o(B) + K_1(B) \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{QL}{S(T_2 - T_1)}$$

Notre dispositif de montage nous donne pour une valeur du flux thermique Q les températures T_2 et T_1 de l'éprouvette. De ce fait nous obtenons la conductibilité thermique à la température $\frac{T_1 + T_2}{2}$ et à l'induction B.

III.2.2.2. Pour la diffusivité thermique [50].

Nous nous plaçons dans les mêmes conditions expérimentales que pour la conductibilité thermique (fig. III.4). Dans cette hypothèse l'équation à résoudre est :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \text{div}(K \frac{\partial T}{\partial x}) = 0$$

avec : pour condition initiale $T = T_o$

pour conditions aux limites $\begin{cases} x = 0 & T = T_o \\ x = L & K \frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{Q}{S} \end{cases}$

Nous ferons la même approximation que dans l'étude théorique du problème. C'est-à-dire que nous poserons dans l'intervalle de température qui nous intéresse (quelques dixièmes de degré)

$$K = K_o T^2 \qquad \rho C = \rho_o C_o T^2 \qquad \text{et} \qquad AO = \frac{\rho_o C_o}{K_o}$$

AO est l'inverse de la diffusivité thermique.

L'équation thermique devient en posant $\psi = T^3$:

$$AO \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0$$

Cette équation linéaire admet une solution sous la forme d'un développement en série. En tenant compte des conditions initiales et aux limites, la solution analytique est :

$$T^3 = T_o^3 + \frac{3Qx}{K_o S} - \sum_n \frac{3Q}{K_o S} \frac{4L}{(2n+1)\pi} \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L} x . \exp - \frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4L^2 \, AO}$$

Pour déterminer AO il ne nous reste plus qu'à comparer la courbe T(L,t) enregistrée avec la série de courbes que nous donne la calculatrice pour différentes valeurs du paramètres AO.

III.2.2.3. Pour le coefficient d'échange.

Grâce à la présence de l'anneau de garde, nous sommes ramenés à une structure équivalente d'une structure infinie, c'est-à-dire à une propagation axiale du flux (fig. III.5).

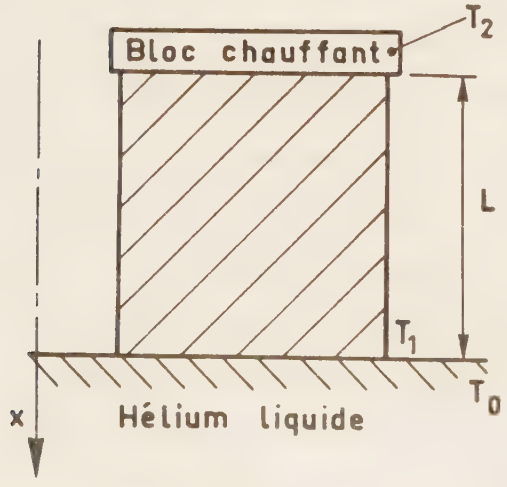


Fig. III.5

Nous connaissons :

- Le flux à transmettre à partir du bloc chauffant : $\frac{Q}{S}$

- La température uniforme du bloc de chauffage : T_2

- La conductibilité thermique de notre matériau composite "homogène". Dans ce sens de propagation elle est de la forme : $K_o(B)T$ [50, 51]

A partir de l'équation thermique en régime permanent nous obtenons la température à la surface de l'éprouvette soit :

$$T_1 = \left(T_2^2 - \frac{2QL}{SK_o(B)} \right)^{1/2}$$

Connaissant la température du bain d'hélium T_o, nous en déduisons :

$$\frac{Q}{S} = f(T_1 - T_o) = h \cdot (T_1 - T_o)$$

III.2.3. Les résultats.

Nous rappelons dans la figure III.8 la structure de l'intercouche d'un bobinage imprégné.

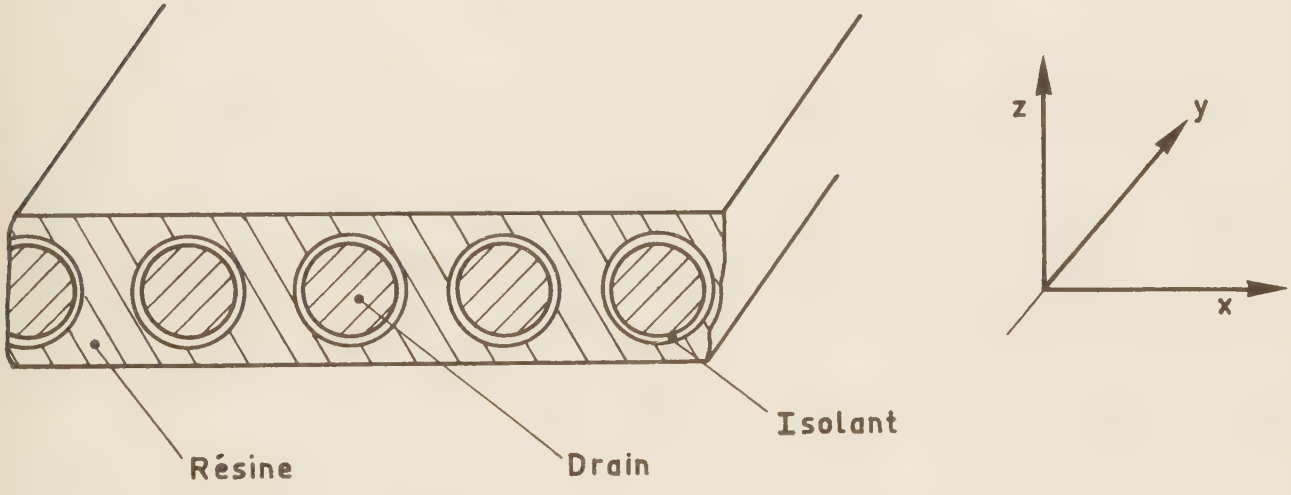


Fig. III.8

Du fait même de sa construction (dispersion des drains) l'intercouche présente une inhomogénéité importante dans la valeur de ses paramètres thermiques. Nous donnerons les résultats provenant d'une moyenne statistique sur une dizaine d'échantillons. Ceux-ci ont typiquement une épaisseur de 0,5 mm et sont constitués : d'une part de drains de cuivre de 0,24 mm de diamètre recouvert sur environ 0,02 mm par un isolant (formvar), et d'autre part d'une résine époxy mélangée avec 2% de gel de silice.

II.2.3.1. Sur la conductibilité thermique.

Sous une induction magnétique nulle, dans la plage de température considérée (4,2°K - 7°K) et dans le système d'axes choisi, le tenseur de conductibilité thermique est diagonal et il admet une variation linéaire avec la température.

Les courbes expérimentales sont reproduites sur les figures III.7, III.8 et III.9.

A partir d'un traitement statistique des différents relevés expérimentaux,nous pouvons écrire, avec une excellente approximation, les composantes du tenseur de conductibilité sous la forme :

$$\begin{cases} K^{xx} = 1,7 + 0,25T \\ K^{yy} = 20,7T \\ K^{zz} = 0,0586 + 0,00306T \\ K^{ij} = 0 \text{ pour tous } i \neq j \end{cases}$$

- Valeur de l'approximation parabolique.

Pour le traitement analytique nous avons posé : $K^{ii} = K_o^{ii} T^2$. Que vaut cette approximation ?

Soit T_m la valeur moyenne de la température. L'erreur relative commise est :

$$E = \frac{K_o^{ii} T^2 - K^{ii}}{K_o^{ii} T^2} \qquad \text{avec :} \quad K^{ii} = K_o + K_1 T \quad \text{et}$$

$$K_o^{ii} = \frac{K_o + K_1 T_m}{T_m^2}$$

$$\text{Soit : } E = \frac{T - T_m}{T\left(K_o + K_1 T_m\right)}\left[K_o \frac{T + T_m}{T} + K_1 T_m\right] \simeq \frac{T - T_m}{2T_m} \frac{K_o + 2K_1 T_m}{K_o + K_1 T_m}$$

En pratique : $T - T_m$ vaut 0,2°K, T_m 4.6°K. Ce qui nous donne une erreur relative d'enrivon 5%, erreur tout à fait acceptable. Dans ces conditions, le tenseur parabolique adopté dans nos calculs sera :

$$\bar{\bar{K}}_o T^2 = \begin{vmatrix} 0.14T^2 & 0 & 0 \\ 0 & 4.6T2 & 0 \\ 0 & 0 & 310^{-3}T^2 \end{vmatrix}$$

- Influence de l'induction magnétique [38].

Par la structure même de l'intercouche, cette influence est très complexe. Nous donnons, dans les figures III.10, III.11 et III.12, les résultats de cas très simples où l'induction magnétique est orientée suivant un des axes principaux de notre matériau. En première approximation, pour une induction inférieure à 6 Teslas, nous prendrons :

. Pour $K^{xx}(B)$

$$\begin{cases} K^{xx}(B_x) = K^{xx}(0)/(1 + 0,1\ B_x) \\ K^{xx}(B_y) = K^{xx}(0)/(1 + 0,09\ B_y) \\ K^{xx}(B_z) = K^{xx}(0)/(1 + 0.08\ B_z) \end{cases}$$

. Pour $K^{yy}(B)$

$$\begin{cases} K^{yy}(B_x) = K^{yy}(0)\ [1 - 0,08\ B_x] \\ K^{yy}(B_y) = K^{yy}(0)\ [1 - 0,05\ B_y] \\ K^{yy}(B_z) = K^{yy}(0)\ [1 - 0.08\ B_z] \end{cases}$$

. Pour $K^{zz}(B)$

$$\begin{cases} K^{zz}(B_x) = K^{zz}(0)\ [1 - 0.018\ B_x] \\ K^{zz}(B_y) = K^{zz}(0)\ [1 - 0.017\ B_y] \\ K^{zz}(B_z) = K^{zz}(0)\ [1 - 0,014\ B_z] \end{cases}$$

- Le tenseur utilisé.

Tenant compte des faits suivants :

. Pour notre bobinage, dans les parties droites, la composante B_x de l'induction est nulle et la composante B_z est de loin la plus importante.

. Nous considérons toujours le tenseur comme diagonal. Cette hypothèse semble pleinement justifiée par les valeurs très différentes de ses composantes (Y est un axe thermique préférentiel).

Nous avons pris :

$$\bar{\bar{K}} = \begin{vmatrix} \dfrac{0.14T^2}{1+0,08\sqrt{B_y^2+B_z^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 4.6T^2\left(1-0,08\sqrt{B_y^2+B_z^2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 310^{-3}T^2\left(1-0,014\sqrt{B_y^2+B_z^2}\right) \end{vmatrix}$$

III.2.3.2. Sur la diffusivité thermique [50].

Nous avons testé un grand nombre d'échantillons. A titre d'exemple, nous donnons sur la figure III.13 l'estimation de la diffusivité thermique dans le sens des Y de l'un d'entre eux. De toutes ces mesures, nous avons pris, sous induction magnétique nulle, les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} D^{xx} = 3.6\ 10^{-5} \\ D^{yy} = 1.45\ 10^{-3} \\ D^{zz} = 9.10^{-7} \end{cases}$$

III.2.3.3. Sur le coefficient d'échange [51].

Nous avons regardé l'influence de l'orientation relative interface-accélération terrestre, de la pression du bain d'hélium liquide, de l'induction magnétique et d'un régime d'ébullition créé artificiellement.

- Influence de l'orientation (fig. III.14)

Le coefficient d'échange est maximum pour une orientation permettant un écoulement libre des bulles formées, c'est-à-dire que l'angle du flux thermique et de la pesanteur vaut π. Il est minimum pour un angle de deux π.

Ainsi, à titre d'exemple, pour une puissance de 0,07 W/cm^2 nous avons des ΔT variant de 0,16°K à 0,31°K suivant l'orientation donnée à l'interface.

Pour une orientation donnée, la puissance transférée s'écrit $P = h_o(T^3 - T_o^3)$, c'est-à-dire que le coefficient de transfert se met sous la forme : $h = h_o(T^2 + T\,T_o + T_o^2)$. Cette expression est parfaitement en accord avec le modèle mathématique utilisé pour la détermina-

tion du champ scalaire T, jusqu'à un ΔT de 0,33°K pour l'orientation la plus mauvaise.

- Influence de la pression (fig. III.15).

Gardant une orientation constante de l'interface, nous avons appliqué des surpressions de 100 g et 500 g. Nous constatons alors une nette amélioration du coefficient d'échange avec pression. A titre d'exemple, pour une puissance de 0,07 W/cm^2 les ΔT varient de 0,08°K à 0,31°K.

- Influence de l'induction magnétique.

Expérimentalement nous n'avons rien remarqué jusqu'à 6 Teslas.

- Influence d'un régime d'ébullition artificiel

Nous avons constaté une très légère augmentation du coefficient d'échange.

III.2.4. Commentaires de ces résultats.

L'idée maîtresse de ces remarques est que dans un bobinage supraconducteur imprégné, nous avons intérêt à ce que la température soit la plus basse possible. Pour cela nous essaierons d'obtenir un tenseur de conductibilité thermique et un coefficient d'échange avec l'hélium les plus élevés possibles. La valeur de la diffusivité thermique optimum est très difficile à déterminer.

- Sur la conductibilité thermique.

De la valeur même des composantes du tenseur de conductibilité, on se rend compte du rôle joué par les divers constituants de l'intercouche. La valeur élevée de la composante K^{yy} est liée à l'orientation des drains de cuivre suivant l'axe Y. La très faible valeur de K^{zz} est due à la résine qui est un isolant thermique comparé au cuivre (1 cm de résine est équivalent à environ 15 m de cuivre). La valeur moyenne de K^{xx} est liée à la résine et surtout aux nombreux contacts cuivre isolant-résine. Nous voyons ainsi tout l'intérêt de réduire au maximum la quantité de résine et d'augmenter les propriétés du conducteur thermique. Pour cela, certains ont pensé accroître la pureté des métaux utilisés. Cette idée s'avère peu efficace, d'une part à cause de l'influence de l'induction magnétique sur ces conducteurs et d'autre part à cause des radiations que peut subir le bobinage.

Nous rappellerons les résultats obtenus sur les matériaux élémentaires [38]. L'influence de l'induction magnétique est négligeable sur la résine alors que le cuivre (Cu I) voit sa conductibilité thermique chuter de 40% à 6 Teslas. Pour ces deux matériaux, l'effet transversal est plus important que l'effet longitudinal. Ces résultats sont en parfait accord avec la place relative des différentes courbes des composantes du tenseur de conductibilité sous champ magnétique (figs. III.10 ; III.11 et III.12).

Pour montrer le peu d'efficacité de l'augmentation de la pureté, nous avons étudié deux cuivres différents, dont les caractéristiques à 4.2°K et sous champ nul sont :

$$\text{Cu I} \begin{cases} \rho_o = 2.5\ 10^{-10}\ \Omega/m \\ K_o = 330\ W/m°K \end{cases} \qquad \text{Cu II} \begin{cases} \rho_o = 0.95\ 10^{-10}\ \Omega/m \\ K_o = 950\ W/m°K \end{cases}$$

Nous avons représenté dans la figure III.16 l'évolution de la résistivité électrique avec une induction magnétique longitudinale et transversale et dans la figure III.17 l'évolution de la conductibilité thermique dans les mêmes conditions. Ces résultats ont permis de vérifier le bien fondé de la loi de WIEDEMANN-FRANZ, à température donnée, en fonction du champ magnétique, c'est-à-dire que nous avons le produit $K(B).\ \rho(B)$ constant. Ces deux cuivres qui admettent un rapport de conductibilité thermique de 2,9 à induction nulle le voient chuter à 1,05 à 6 Teslas !

Connaissant la variation de la résistivité électrique, nous en déduisons celle de la conductibilité thermique par la loi de WIEDEMANN-FRANZ. Cette remarque nous a conduits à penser que l'utilisation de drains en aluminium serait préférable. En effet nous savons [52] que la magnétorésistance de l'aluminium se sature très vite (quelques centaines de Gauss). Dans ces conditions, la conductibilité thermique serait à peu près constante à champ élevé.

Nous avons remarqué que l'influence longitudinale est plus faible et normalement nulle pour des surfaces de Fermi sphériques d'où l'intérêt de placer ces matériaux parallèlement au champ. Ce qui n'est technologiquement possible que dans certaines configurations de champ magnétique (solénoïdes).

- Sur la diffusivité thermique.

Les valeurs trouvées peuvent surprendre par leur faiblesse. Le long de l'axe des Y, nous avons vu que la composante du tenseur de conductibilité thermique était environ trois fois plus petite que celle du cuivre utilisé (Cu I), et nous trouvons un rapport d'environ 400 pour les diffusivités thermiques. Ces résultats sont tout à fait normaux car dans notre matériau intercouche il y a une sorte d'effet de "mur de FOURIER" dissimulé. Pour s'en convaincre il suffit de faire les calculs sur les constantes de temps thermiques [53] d'une suite de murs de matériaux différents (résine, cuivre). Ainsi on peut voir qu'une propagation dans le sens résine-cuivre admet une constante de temps principale cent fois plus petite qu'une propagation dans le sens cuivre-résine, toutes choses étant égales par ailleurs.

La valeur optimum de la diffusivité est très difficile à déterminer du fait de deux phénomènes contradictoires. Le premier relatif à une perturbation thermique locale à l'intérieur du matériau supraconducteur nécessite une diffusivité thermique élevée pour évacuer le plus rapidement possible la chaleur produite pendant cette perturbation. Le second relatif à une perturbation thermique locale dans l'imprégnation (libération d'énergie potentielle, accumulée par les contraintes thermiques, sous les efforts électromagnétiques) nécessite une diffusivité thermique faible pour absorber localement le maximum d'énergie (capacité calorifique élevée).

- Sur le coefficient d'échange.

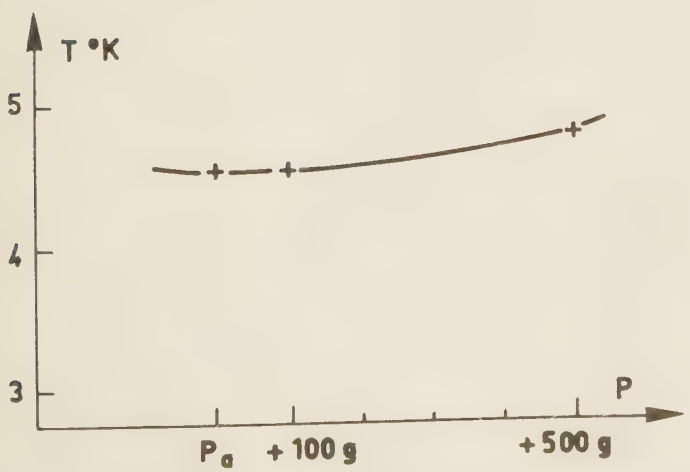


Fig. III. 18

Nous ferons une étude, à flux thermique donné, de la variation de la température de l'interface avec la pression de vapeur saturante du bain d'hélium (fig. III.18).

Nous voyons qu'une surpression de quelques dizaines de grammes ne change pas la température et qu'un "pompage" pour abaisser la température du bain d'hélium liquide ne semble pas des plus rentable sous cette forme

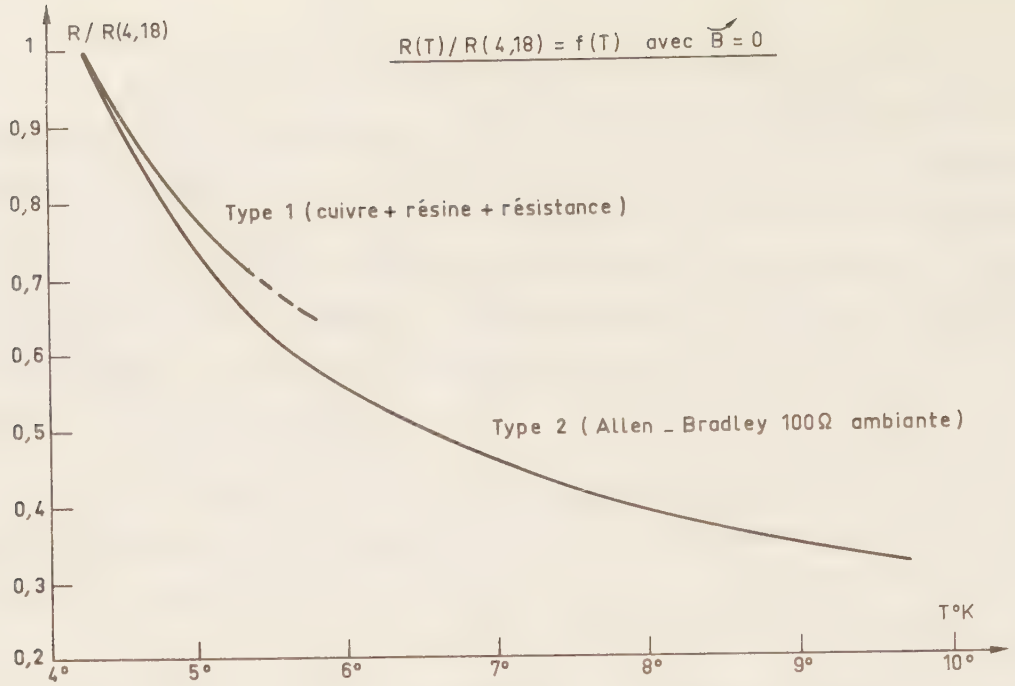


FIG. III 1

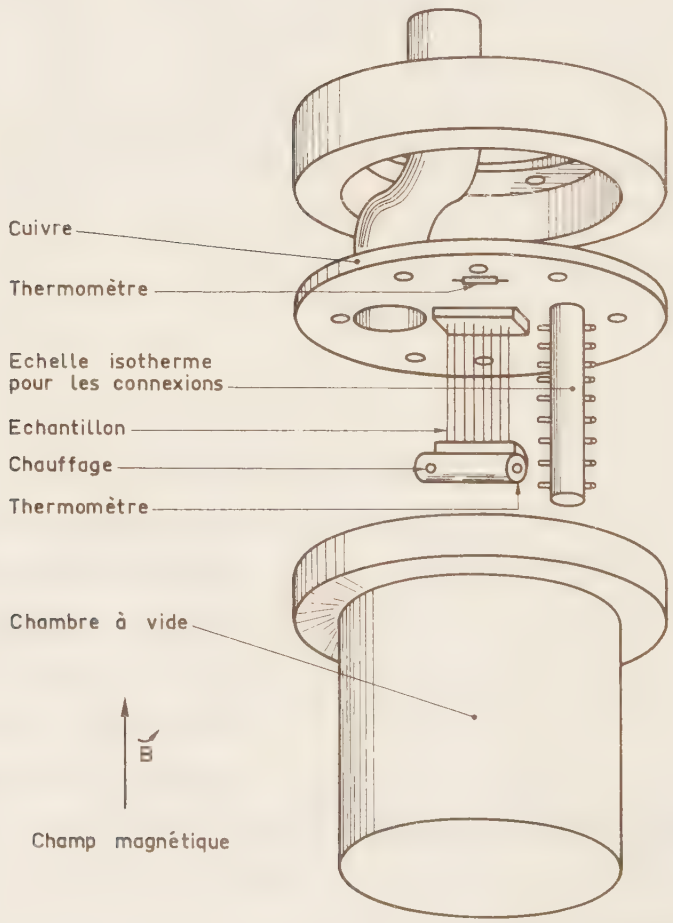


FIG. III 2

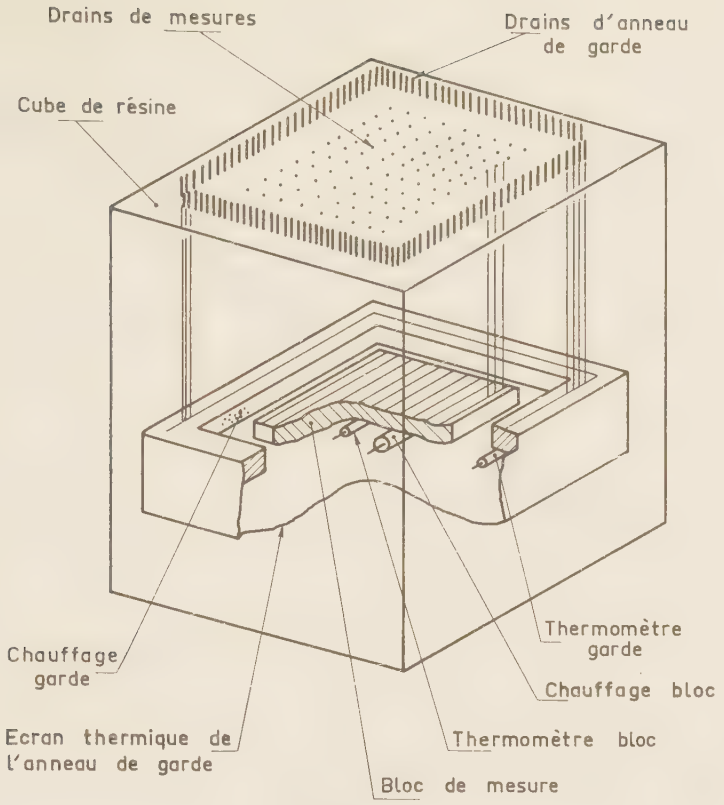


FIG. III 3

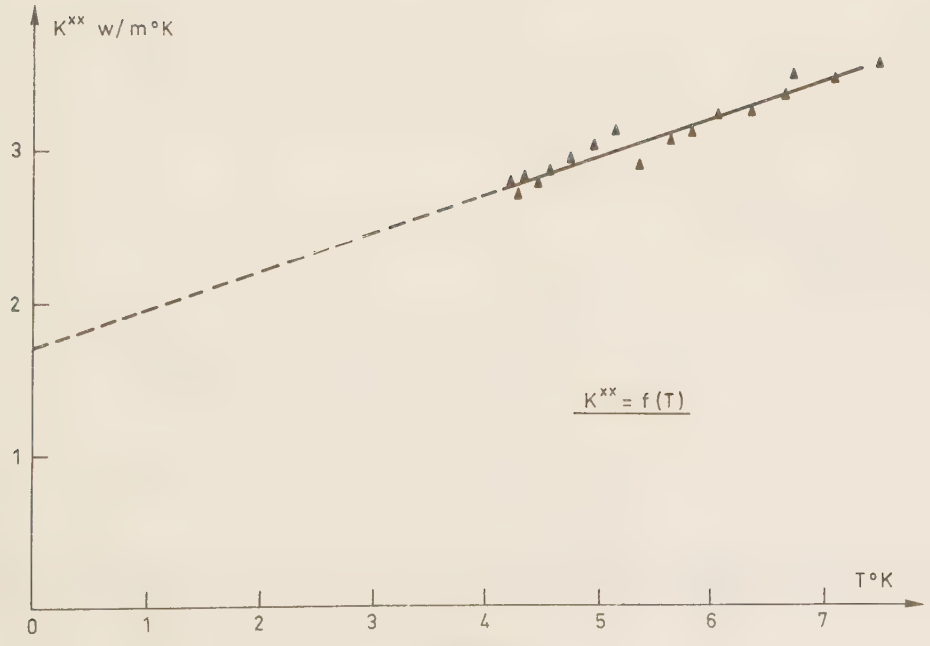


FIG. III 7

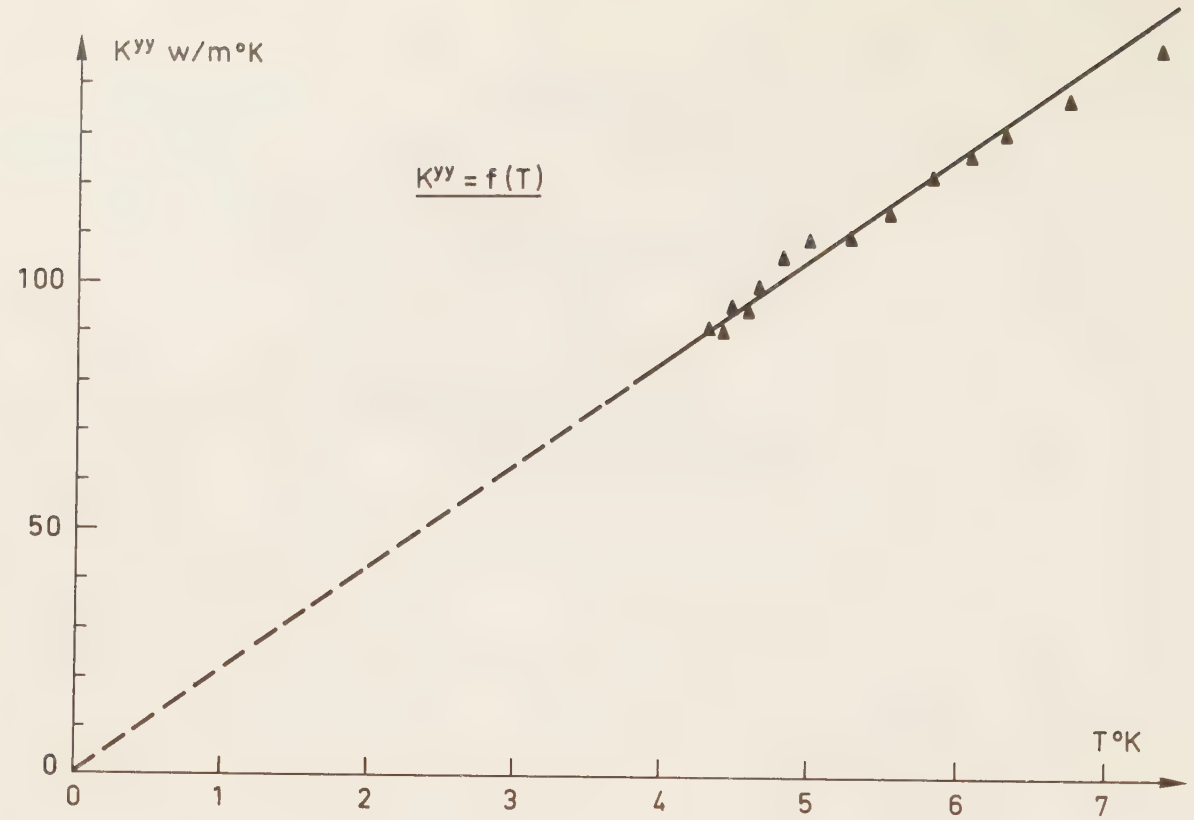


FIG. III 8

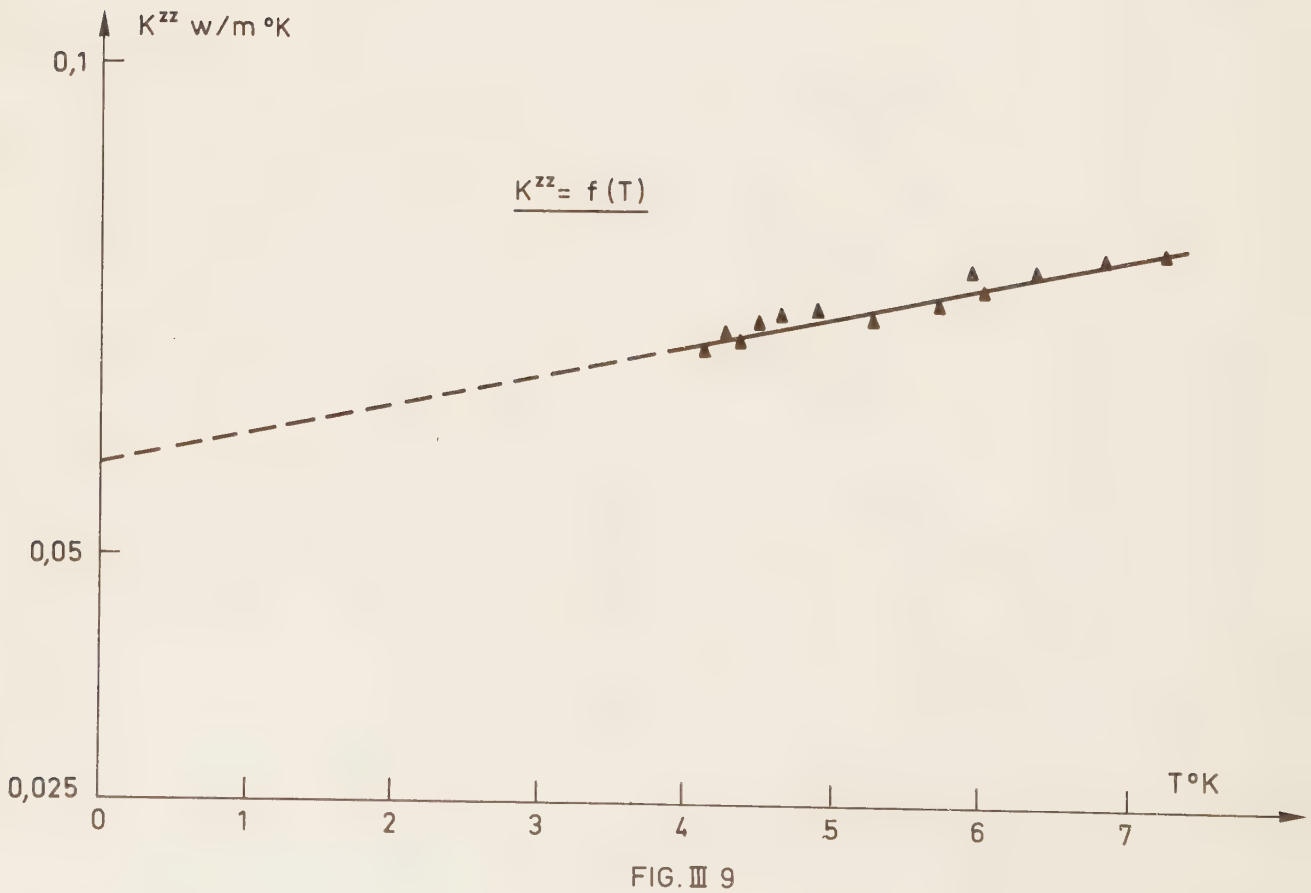


FIG. III 9

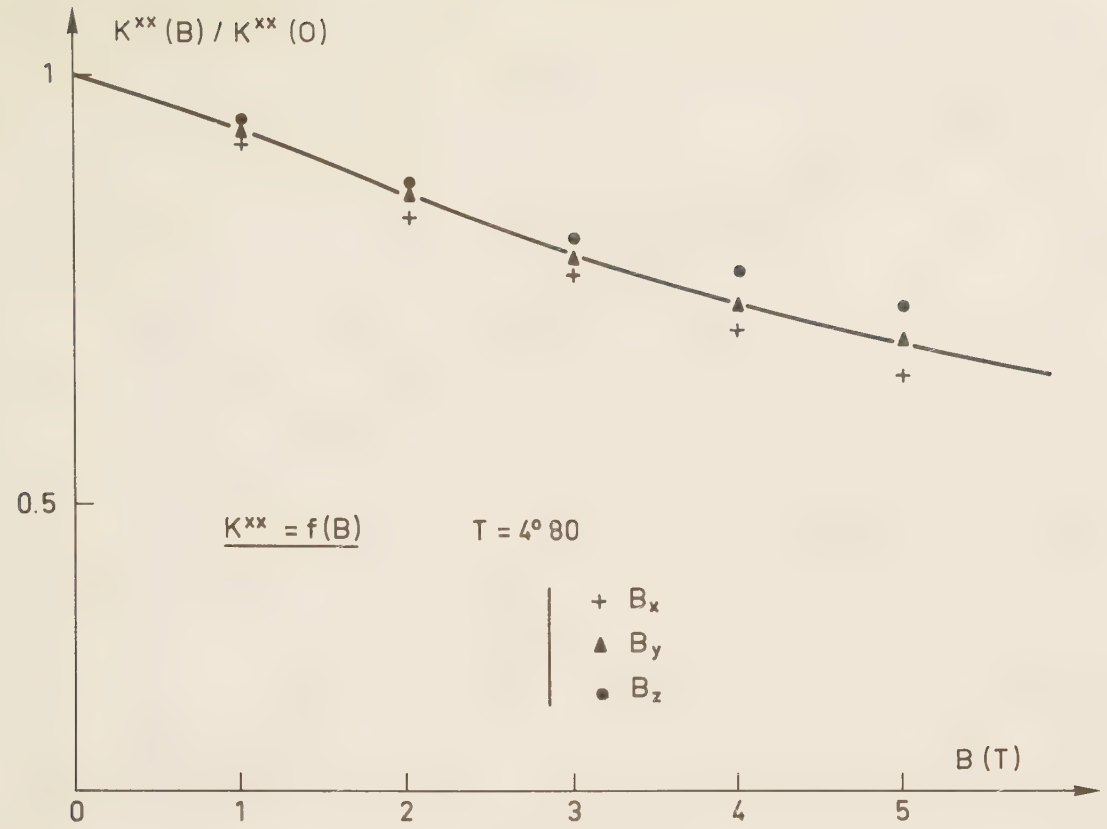


FIG. III 10

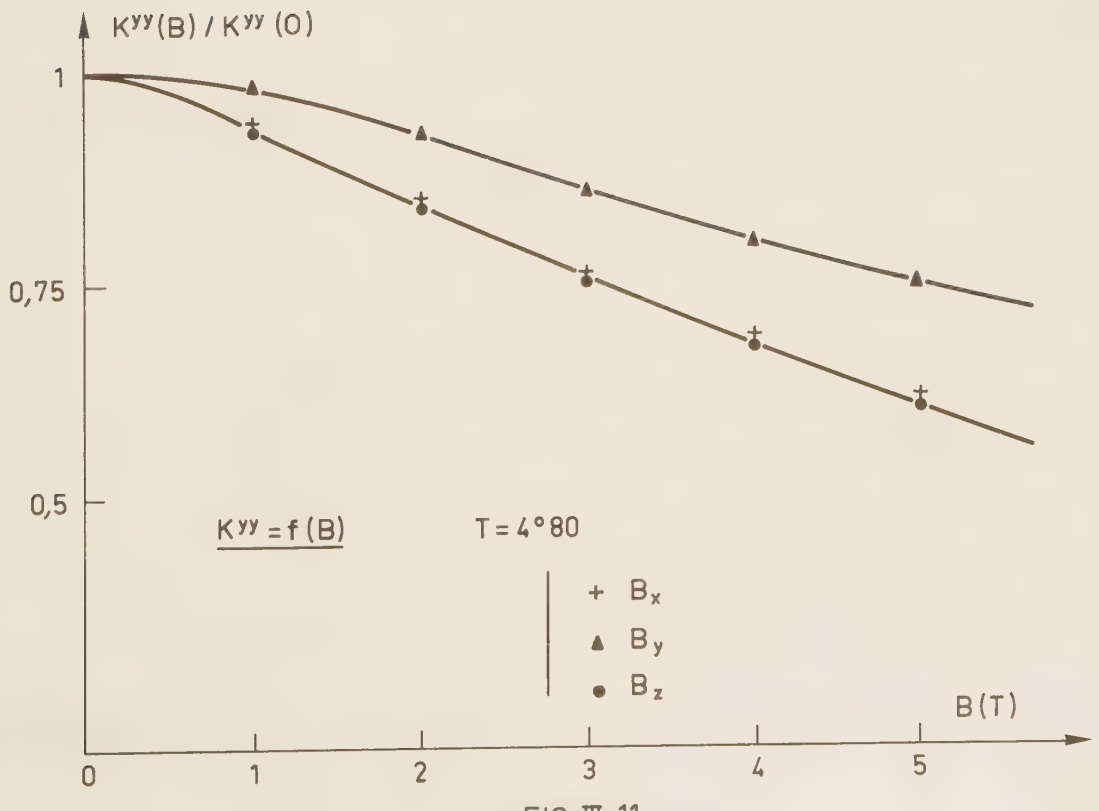


FIG. III 11

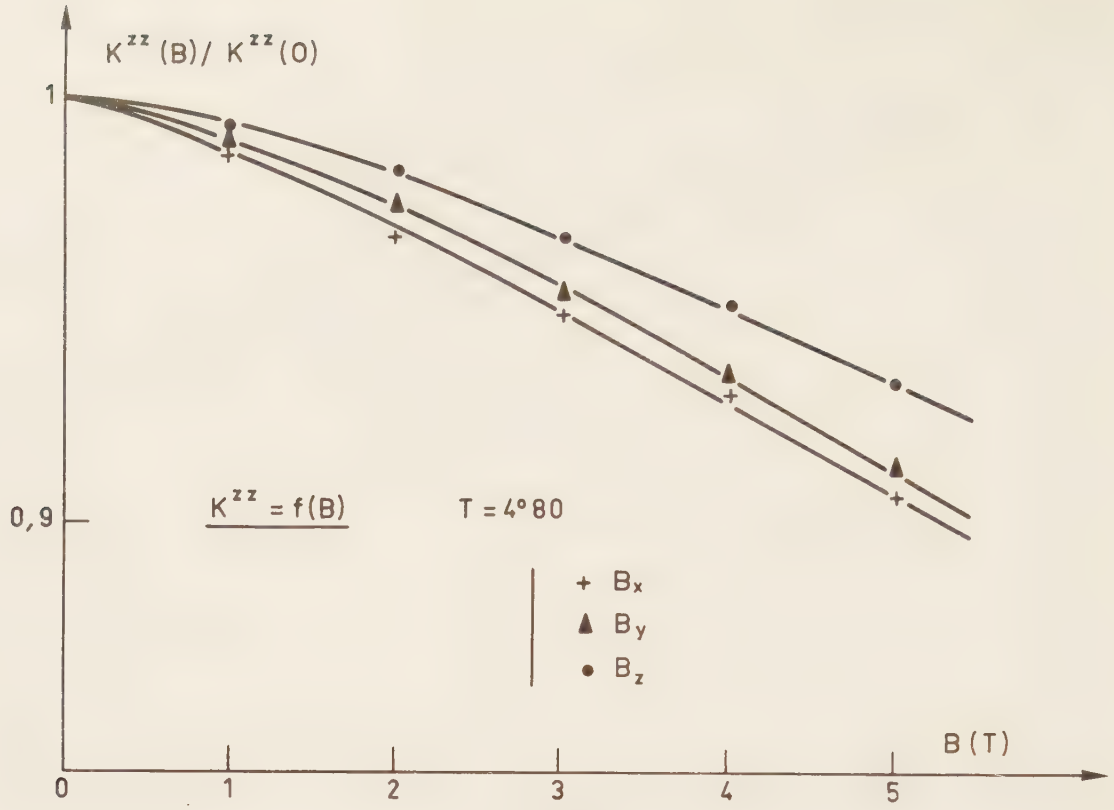


FIG. III 12

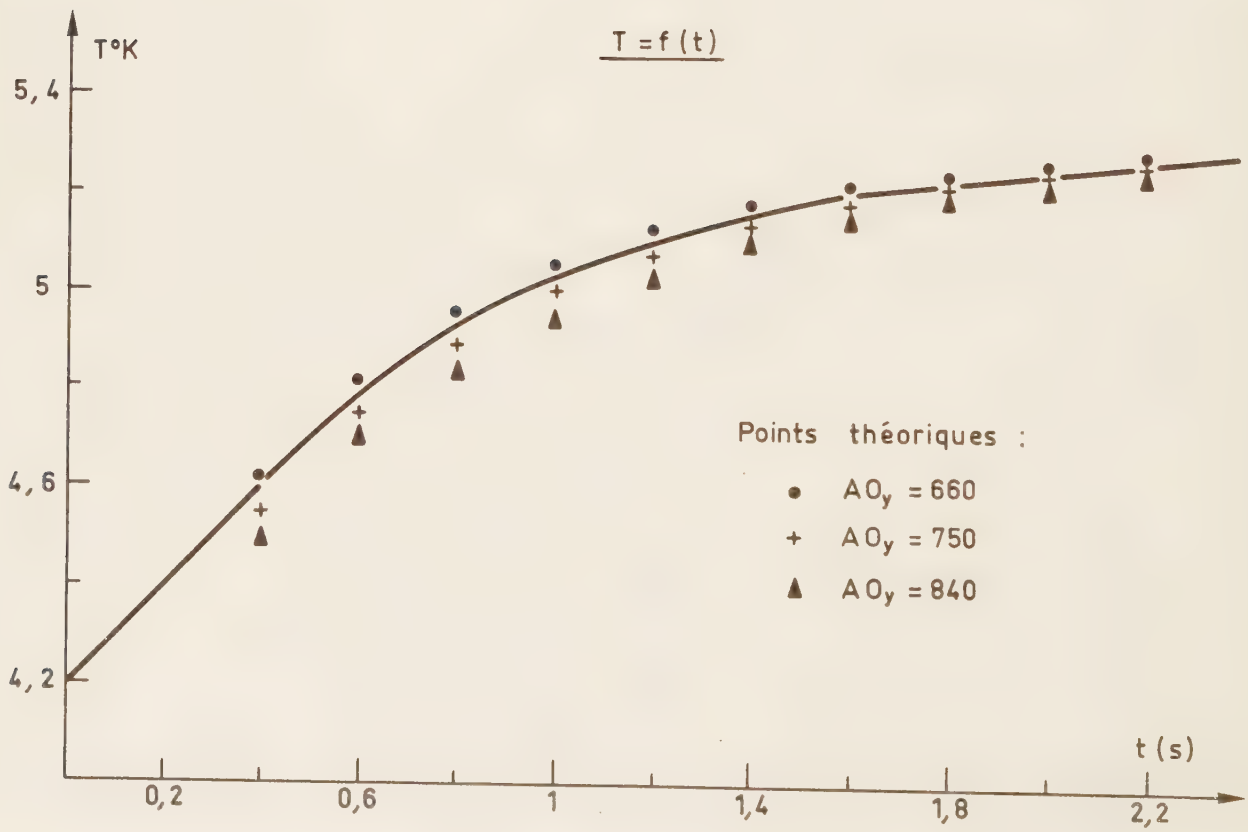


FIG. III 13

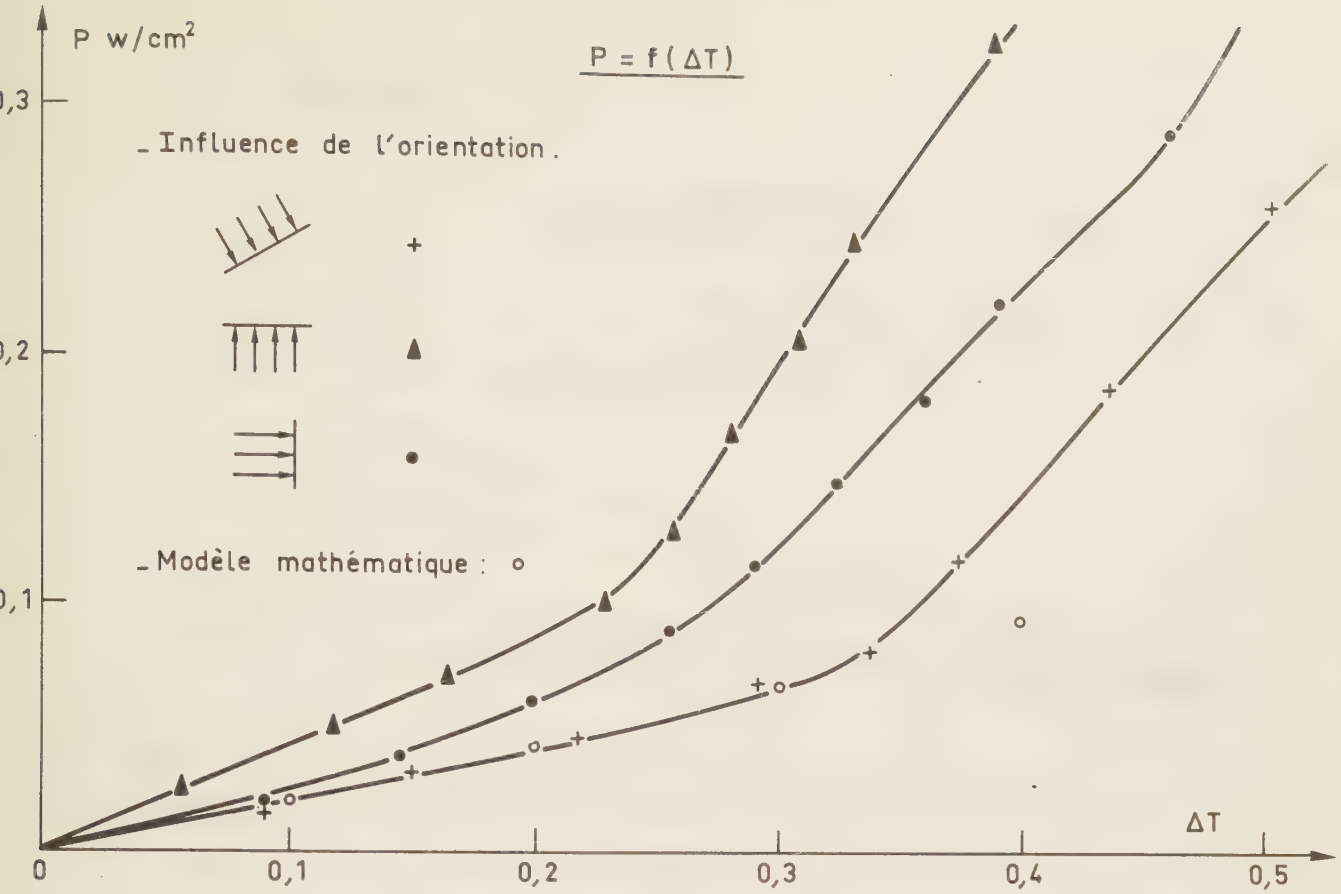


FIG. III 14

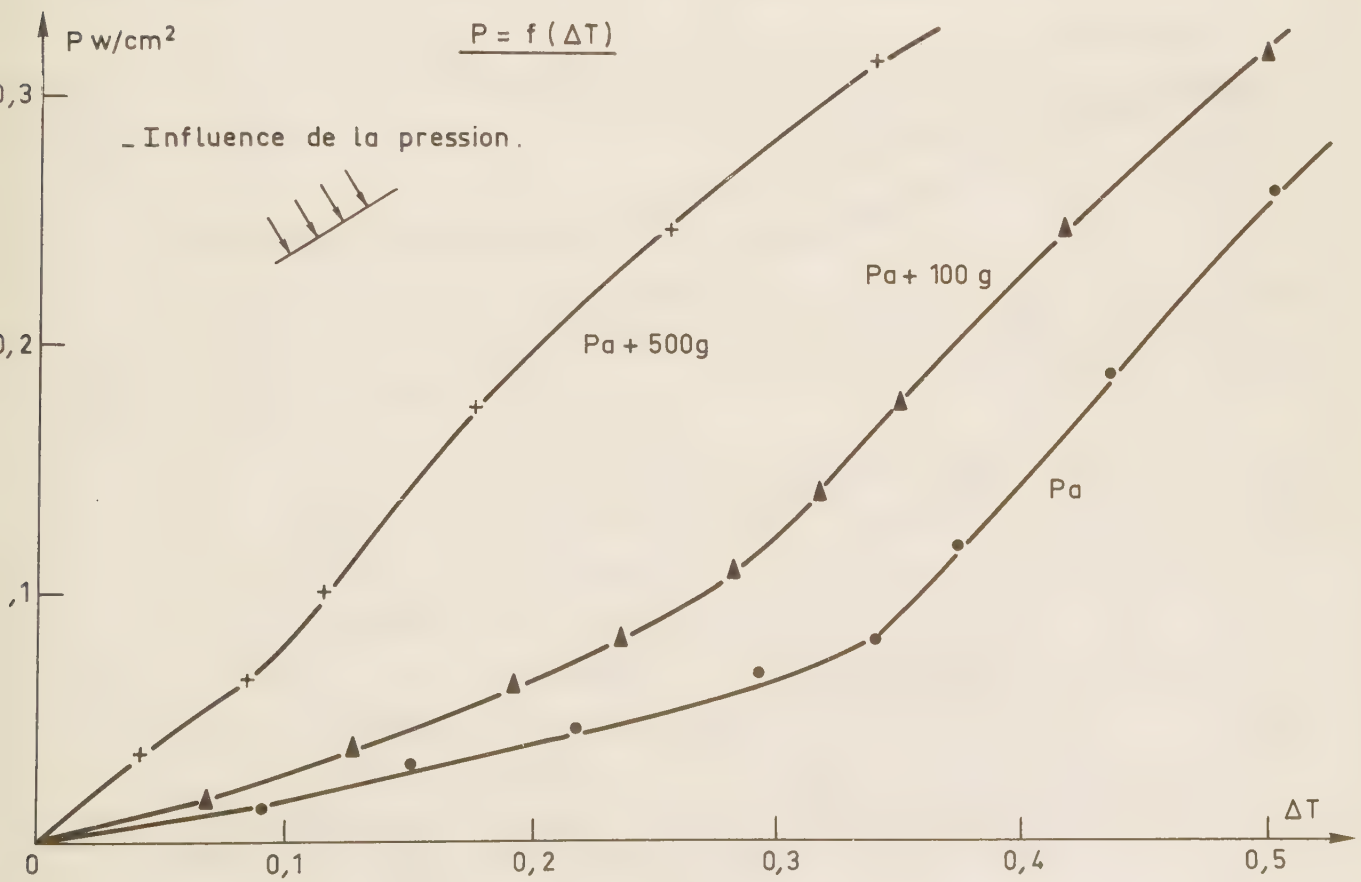


FIG. III 15

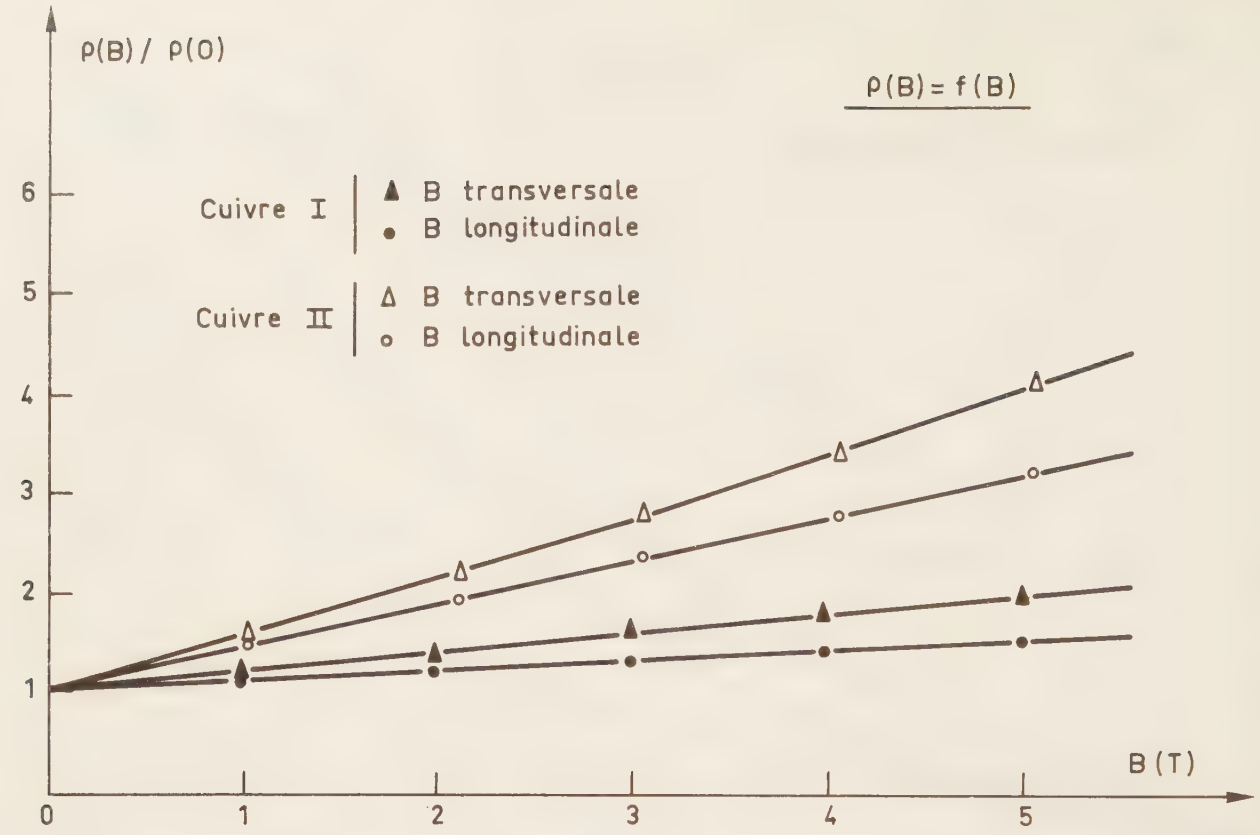


FIG. III 16

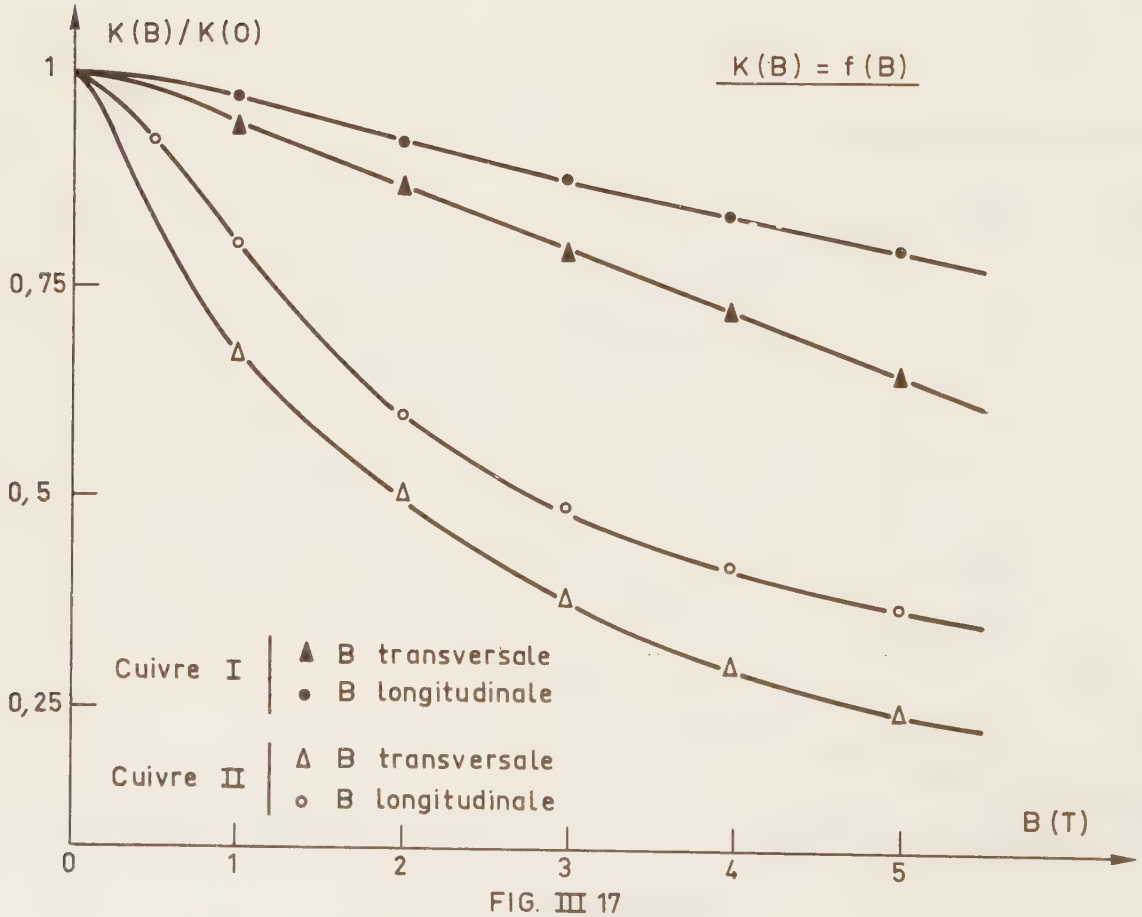


FIG. III 17

Chapitre IV

ETUDE D'UN BOBINAGE PARTICULIER.

Dans le deuxième chapitre, nous avons abordé la résolution théorique du problème, celle-ci étant guidée, dans certaines de ses hypothèses, par les conditions du type de bobinage choisi. Le troisième chapitre nous a permis de déterminer l'influence de certains facteurs, comme l'induction magnétique ou la température, sur les paramètres thermiques fondamentaux. Ce chapitre sera consacré au comportement théorique et expérimental du dipole imprégné MOBY.

Nous regarderons ce comportement aussi bien en régime dit "pulsé" qu'en régime continu lorsqu'un faisceau de particules perd une partie de son énergie à l'intérieur du bobinage.

IV.1. PRINCIPALES CARACTERISTIQUES DE MOBY.

MOBY [54] est le premier dipôle supraconducteur réalisé au service SEDAP du CEA Saclay (fig. IV.0). Nous rappelons ses principaux paramètres dans le tableau suivant :

Induction centrale	6 T
Ouverture de la bobine	100 mm
Homogénéité (R < 25 mm)	< à 10^{-3}
Temps de montée	5 secondes
Densité apparente de courant	15 000 A/cm^2
Longueur magnétique	50 cm
Pertes par cycles	80 Joules
Pertes fer	60 Joules

Chaque pôle est constitué de 28 couches de 15 conducteurs chacune.

Le câble utilisé :

C'est une tresse de 24 composites, isolés au formvar, compactée sous une forme rectangulaire et entourée d'un guipage de tergal. Ses caractéristiques essentielles sont résumées dans le tableau suivant

Dimension	4 mm x 2 mm
Nombre de composites	24
Pas de transposition de la tresse	60 mm
Facteur de remplissage	50%
Diamètre du composite	0,44 mm
Nombre de filaments par composite	1000
Diamètre du filament	0,01 mm
Pas de torsade du composite	2 mm
Rapport cuivre/supraconducteur	1

Une des caractéristiques essentielles pour déterminer les performances limites d'un bobinage supraconducteur est la surface critique du matériau utilisé. Nous avons repris, dans la figure IV.1, les résultats obtenus sur ce type de matériau [55] et nous avons pris pour cette surface l'équation analytique suivante :

$$T_c = 9{,}25 - 0{,}17\, B_c - \frac{J_c(5{,}25 - 0{,}17\, B_c)}{2{,}610^9(1 - 0{,}103\, B_c)}$$

La surface analytique est très proche de la surface expérimentale dans le domaine de fonctionnement soit :

$$4T < B < 6T \quad \text{et} \quad 4.2°K < T < 6°K$$

IV.2. LE CABLE : SES DEFAUTS ET LEURS CONSEQUENCES.

Le câble terminé était caractérisé par les défauts suivants :

- Composites élémentaires rompus aléatoirement,
- Nombreux courts-circuits entre composites,
- Courant de circulation entre deux familles de composites.

Le fait d'avoir huit composites rompus, en dépit d'une réduction des performances du dipole à une induction magnétique de 5,6 T au centre (voir courbe IV.2), ne serait pas catastrophique si l'isolation entre composites était parfaite. En effet, pour éviter tout échauffement thermique à travers les courts-circuits, nous avons dû déconnecter ces composites. Aussi a-t-il fallu apporter une première modification au calcul des pertes en régime pulsé pour tenir compte de la pénétration et de la dépénétration de l'induction magnétique dans les composites ne transportant aucun courant.

La tresse se compose de deux familles de douze composites. Par rapport à l'axe de la tresse, l'une des familles tourne avec un pas à droite, alors que l'autre tourne avec un pas à gauche. En régime pulsé nous avons trouvé que tous les composites d'une même famille se comportaient d'une manière identique (ils se déduisent les uns des autres par un déplacement hélicoïdal) et qu'il existait un courant important de circulation entre ces familles. Ce comportement peut s'expliquer par une différence de flux entre ces deux familles [56]. En effet, considérons, sur la figure IV.3, les projections de deux fils de famille différente dans un plan quelconque.

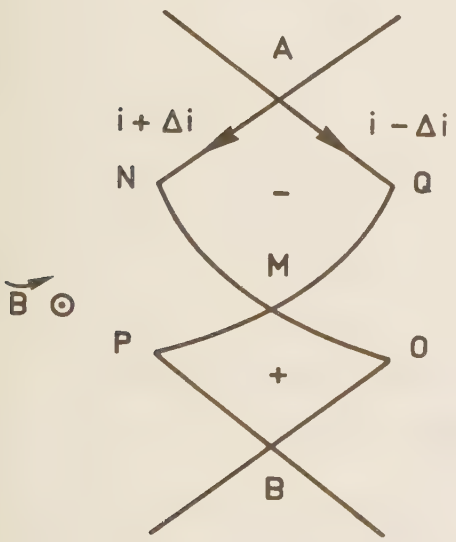


Fig. IV.3

Soient : $i + \Delta i$ et $i - \Delta i$ les courants de ces fils, L la self d'une portion de fil et M leur mutuelle. Le flux engendré à travers la surface AQPBONA vaut :

$$\phi = \iint_S \vec{B}.\vec{dS} = 2(L-M)\Delta i = 2\varepsilon L \Delta i$$

Flux que nous pouvons aussi écrire sous la forme : $\phi = (L_2 - L_1)\ \Delta i$
avec $L_1 = (1-\varepsilon)L$ et $L_2 = (1+\varepsilon)L$

Tout se passe comme si nous avions des coefficients de self-induction différents. D'où provient cette différence de flux ? D'une inhomogénéité de l'induction magnétique, d'une déformation géométrique due au bobinage ou d'une autre cause ? La structure du bobinage imprégné empêchant toutes études internes nous ne pouvons conclure.

En régime pulsé, nous pouvons écrire :

$e = -\frac{d\phi}{dt} = 2\,\mathcal{E}L\,\frac{\Delta I}{\Delta t} + R\,\Delta I$ où R est la résistance de court circuit. La valeur limite du ΔI nous est donnée par : $\frac{1}{R}\frac{d\phi}{dt}$. Cette quantité est proportionnelle à la fréquence et inversement proportionnelle à R.

Malheureusement, il n'est pas possible d'affaiblir ce déséquilibre en modifiant le circuit électrique extérieur au dipole à cause des nombreux courts-circuits internes entre familles.

Les conséquences de cette dissymétrie sont : d'une part d'augmenter fortement les pertes par courants de circulation entre familles et d'autre part de rendre beaucoup plus bas le comportement critique d'une famille.

Tous ces ennuis expliquent en partie la modeste performance de 5T obtenue en continu et le nombre restreint de courbes expérimentales en montée rapide.

IV.3. COMPORTEMENT THERMIQUE EN REGIME "PULSE".

Les résultats théoriques de ce comportement thermique tiennent compte des fils coupés et des pertes par courant de circulation dans la tresse.

IV.3.1. Les capteurs de température.

Ce sont des résistances, du type, "Allen-Bradley", placées dans le pôle bénéficiant du plus mauvais transfert thermique avec le bain d'hélium liquide. Sur les trois capteurs plaqués contre la dernière spire d'une couche, seul celui situé sur la couche de champ magnétique maximum, la seizième, a résisté aux contraintes mécaniques des mises en froid successives. Nous l'appellerons N 16.

Toutes les courbes expérimentales tiennent compte de l'influence de l'induction magnétique sur le capteur et des tensions induites dans les fils de mesure par les variations du champ magnétique du dipole.

IV.3.2. Le régime permanent.

Du fait que notre étude théorique portait sur l'évolution de la température en régime établi, il était indispensable de vérifier expérimentalement que ce régime était bien atteint en un nombre restreint de cycles.

On voit expérimentalement qu'une dizaine de cycles environ sont nécessaires pour obtenir ce régime. A titre d'exemple, nous reproduisons sur la courbe IV.4 l'évolution de la température au point N16 pour un cycle de 2,5 s de période avec une induction magnétique au centre de 0,8 T et un temps de repos tr de 1,3 s. Nous pouvons remarquer le rôle important joué par l'enthalpie du bobinage au cours des deux premiers cycles.

IV.3.3. Dégradation théorique en fonction de la fréquence (tr=0).

Nous définissons la dégradation à la fréquence f comme étant le rapport de l'induction magnétique critique, au centre, obtenue à cette fréquence sur celle obtenue en régime continu. Cette induction magnétique limite est obtenue lorsqu'un point, au moins, du bobinage voit sa température devenir égale à la température critique fournie par la surface supraconductrice du matériau. La courbe IV.5 représente cette dégradation en fonction de la fréquence. D'autre part nous reproduisons dans le tableau ci-dessous les valeurs de la "dégradation", puissance moyenne par mètre de couche, des pertes par cycle et par mètre de couche, de l'écart de température maximum atteint au cours du cycle, de l'écart de température au temps et à l'endroit où l'induction magnétique est maximum.

Fréquence	Hz	0,01	0,1	0,25	0,5	1	2
B(f)/B(0)		1	0,996	0,98	0,955	0,79	0,43
$< P >/m$	Watt	0,0198	0,243	0,725	1,8	3,84	4,6
Pertes/cycle.m	Joule	1,98	2,43	2,9	3,6	3,84	2,3
ΔT maximum	°K	0,025	0,232	0,52	0,74	1,5	2,5
ΔT(B maximum)	°K	0,004	0,09	0,33	0,53	1,05	2

Nous avons constaté en établissant la courbe de dégradation un déplacement du point critique. Aux très basses fréquences, il se trouve sur la couche de champ magnétique maximum (16^e). Puis on le trouve sur la couche de pertes maximum (28^e).

La brusque augmentation de la dégradation vers 0,8 Hz s'explique par le fait que nous avons atteint le régime d'ébullition en film. Le ΔT d'interface vaut environ 1°K et l'échange avec l'hélium liquide se fait par l'intermédiaire d'un film gazeux.

Pour montrer le rôle de l'enthalpie du bobinage, nous avons également tracé sur la figure IV.5 la dégradation en "monocoup", c'est à-dire lorsque tr est suffisamment grand pour que le bobinage ait le temps de revenir à la température du bain d'hélium liquide entre deux pulses. (L'inverse de la durée de l'impulsion définit la fréquence).

IV.3.4. Etude détaillée d'un cas particulier.

Nous allons montrer l'évolution des grandeurs magnétiques et thermiques, pour les différentes spires d'une couche, dans des conditions bien déterminées. Nous nous sommes placés sur la seizième couche du bobinage. Nous avons pris un cycle de 6 secondes de période dont 3 secondes pour la montée et 3 secondes pour la descente. L'induction magnétique centrale choisie était de 5 Teslas.

Les courbes IV.6 a, b, c et d représentent en fonction de la position des spires (la première étant la spire centrale) les répartitions :

- des composantes de l'induction magnétique,
- du module de l'induction magnétique,
- des pertes au cours du cycle.

Pour fixer les idées, les pertes transmises par mètre d'intercouche à cette fréquence valent environ 2,3 Joules par cycle.

La courbe IV.7 représente, pour différents points de l'intercouche, l'évolution de la température du cuivre du supraconducteur au cours du temps. Y = 0 correspond à l'interface avec l'hélium liquide, Y/10 à la spire où l'induction magnétique est maximum et Y à l'extrémité de la couche (Y = 6,5 cm). Les petits "décrochements" de température aux instants t = 0s et t = 3s sont dus aux phases de pénétration et de dépénétration de l'induction magnétique, phases où la puis-

sance de pertes du matériau supraconducteur est plus faible. L'allure générale de ces courbes suit la variation de la densité de courant critique au cours du cycle. Néanmoins, nous remarquons le rôle "temporisateur" de la diffusivité thermique dans les faits suivants :

- la température minimum au cours du cycle n'est pas atteinte quand la puissance de pertes est minimum (retard d'environ 1,4 seccondes pour Y),

- la température maximum au cours du cycle est atteinte vers 1,2 secondes alors que la puissance maximum de pertes est fournie vers 6 secondes (le retard est d'environ 1,2 seconde).

La courbe IV.8 représente pour différents instants l'évolution de la température le long de la couche. Nous pouvons remarquer :

- que le ΔT le plus important est dû à l'échange avec l'hélium liquide,

- que le profil de température est assez aplati le long de la couche. Ceci tient au fait que les pertes sont environ trois fois plus importantes sur la première spire que sur la dernière (courbe IV.6, d).

IV.3.5. Influence du temps de repos.

Nous avons fait cette étude avec des inductions magnétiques centrales de : 1T, 2T, 3T, 4T et 5T. La vitesse de montée avait une valeur constante de 1,67 Teslas par seconde. Tenant compte du fait que les pertes du matériau supraconducteur diminuent avec un léger accroissement de température, nous donnons les résultats théoriques et expérimentaux dans les courbes IV.9 a,b, c, d et e.

Aux inductions magnétiques considérées et sur la seizième couche, les valeurs de la puissance moyenne et des pertes par cycle sont données en fonction du temps de repos dans le tableau ci-dessous.

B Teslas		1		2		3		4		5	
W Joule	Pm Watt	W	Pm	W	Pm	W	Pm	W	Pm	W	Pm
tr = 0		0,58	0,48	1,1	0,458	1,55	0,43	1,98	0,412	2,3	0,384
tr = 0,3		0,585	0,39	-	-	-	-	-	-	-	-
tr = 0,4		-	-	-	-	-	-	1,99	0,383	-	-
tr = 0,5		-	-	-	-	-	-	-	-	2,31	0,356
tr = 0,6		-	-	1,11	0,37	-	-	-	-	-	-
tr = 1		-	-	-	-	1,556	0,34	-	-	-	-
tr = 1,2		0,607	0,25	-	-	-	-	2,01	0,335	-	-
tr = 1,5		-	-	-	-	-	-	-	-	2,334	0,31
tr = 1,6		-	-	1,12	0,28	1,57	0,3	-	-	-	-

Pour mettre en valeur certains de ces résultats, nous les présenterons sous une forme différente. Ainsi la courbe IV.10, montre l'évolution de la température au sommet du cycle en fonction du temps de repos. Nous voyons que celle-ci diminue avec une augmentation du temps de repos. Cette décroissance est d'autant plus faible que l'induction magnétique est forte. Pour des cycles jointifs, cette température diminue lorsque le champ est plus grand. Cela vient du fait que la puissance moyenne est plus faible car la puissance vers le sommet du pulse est proportionnelle à la densité de courant critique, densité qui décroît avec un champ magnétique augmentant.

La courbe IV.11 représente, en fonction du temps de repos, la température la plus basse obtenue au cours du cycle. Nous remarquons le parfait accord des courbes entre elles lorsque la température la plus basse apparaît à la fin du temps de repos (figs. 9a, 9b, 9c, 9d et 9e). Pour les faibles valeurs du temps de repos, la température la plus basse se situe pendant la descente du champ magnétique, surtout aux champs forts. Ceci est dû aux rôles de la diffusivité thermique et de l'induction magnétique sur les paramètres thermiques.

IV.3.6. Influence de la vitesse de montée.

Nous donnons pour deux valeurs de l'induction magnétique crête la température du thermomètre, c'est-à-dire celle de la dernière spire de la seizième couche.

La première, courbe IV.12, correspond, pour des pulses jointifs, à une induction centrale de 5 Teslas. Nous donnons dans le tableau ci-dessous, pour différentes valeurs de la vitesse de montée, les pertes et la puissance moyenne par cycle.

$\dot{B}$ T/s	1,67	0,83	0,415
Pm w	0,384	0,133	0,0545
W J	2,3	1,6	1,31

La deuxième, courbe IV.13, correspond à des pulses séparés d'une seconde pour une induction centrale de 3 Teslas. Nous donnons dans le tableau ci-dessous pour ce cycle les pertes et la puissance moyenne, en fonction de la vitesse de montée.

$\dot{B}$ T/s	1,67	1	0,5
Pm w	0,339	0,177	0,076
W J	1,55	1,24	0,99

L'augmentation rapide de la température, en fonction de la vitesse de montée, est due à l'accroissement naturel de la puissance moyenne et à l'aggravation des pertes par courant de circulation.

IV.3.7. Répartition de la température suivant la couche considérée.

Il était intéressant de connaître la température de la dernière spire d'une couche en fonction du temps et de sa place dans le bobinage. Le cycle choisi est de 6 secondes, dont 3 secondes de montée

et 3 secondes de descente, pour une induction de 5 Teslas au centre.

A puissance de pertes égales, le pôle inférieur présente des températures plus faibles. Cela vient de l'orientation de l'interface liquide-solide qui permet, pour le pôle inférieur, un meilleur refroidissement. D'autre part, plus on s'éloigne des couches centrales (couches 1S et 1I) plus la température devient importante. Ceci est dû à l'augmentation des pertes vers les couches extérieures où le champ magnétique est plus fort en valeur moyenne.

Ces résultats sont présentés :

- sur la courbe IV.14 où la position de la couche est choisie comme paramètre,
- sur la courbe IV.15 où le temps est choisi comme paramètre

Nous rappellerons que l'instant 3 secondes correspond au maximum du champ magnétique.

IV.3.8. Comparaison théorie-expérience.

Les défauts du conducteur ne nous ont pas permis d'obtenir des courbes expérimentales pour les inductions magnétiques pulsées élevées. Néanmoins les comparaisons "théorie-expérience", que nous pouvons faire sur les courbes IV.9a, b et IV.13, sont amplement suffisantes pour constater un très bon accord. Celui-ci serait encore meilleur si le cycle du courant d'alimentation était parfaitement triangulaire. En effet, l'ensemble alimentation pulsée, dipole et résistance de protection du bobinage modifie la forme du courant en fin de pulse où le dipole se décharge sur la résistance de protection connectée en parallèle sur le bobinage (figure IV.16).

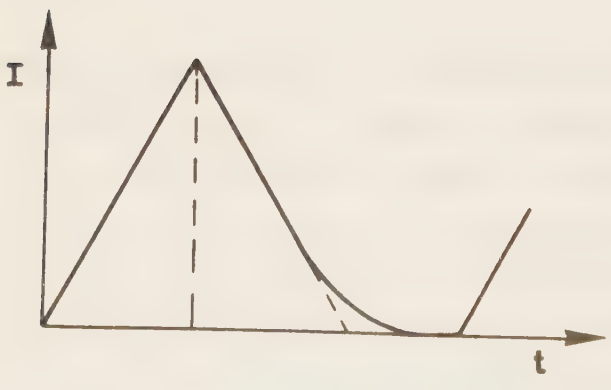


Fig. IV.16

Cet effet se traduit par une diminution du $\frac{dB}{dt}$ en fin de cycle, ce qui équivaut à une baisse de la puissance dissipée dans le matériau supraconducteur. Mais celle-ci est fournie plus longtemps que prévu, ce qui peut expliquer le désaccord relatif qui apparaît en fin de cycle entre les courbes théoriques et expérimentales. Celui-ci est d'autant plus

important que les temps de repos sont courts et que la vitesse de montée est importante.

IV.4. COMPORTEMENT "CONTINU" EN PRESENCE D'UN FAISCEAU.

Pour des expériences de physique sur une aire expérimentale, il peut être intéressant d'utiliser des dipoles continus fournissant de fortes inductions magnétiques. La solution "supraconductrice" vient à l'esprit pour la réalisation de ces champs élevés. Si en général un aimant placé dans une ligne de transport de faisceau de particules n'est pas exposé à une irradiation importante, il peut en être autrement lorsqu'il est placé près d'une cible. Nous étudions ici le comportement thermique de "MOBY" en supposant qu'il est situé à 15 cm d'une cible de métal léger bombardée par des protons de haute énergie. Dans ce cas les particules secondaires produites dans la cible cèdent leur énergie dans l'aimant par interaction avec la matière. Le calcul, de la densité de puissance dissipée, effectué par le CERN [60] suppose l'aimant dipolaire comme une masse homogène.

Les résultats du comportement thermique de "MOBY" présentés ci-dessous semblent optimistes. En effet nous n'avons pas tenu compte des effets de ces particules sur les propriétés supraconductrices du matériau et sur les paramètres thermiques. Les premiers résultats expérimentaux de ces effets, bien que souvent contradictoires, semblent indiquer une dégradation des propriétés supraconductrices et thermiques des divers matériaux.

A partir de la densité de puissance dissipée dans le bobinage au cours du temps [57], nous avons déterminé à tout instant et en tout point du bobinage la température.

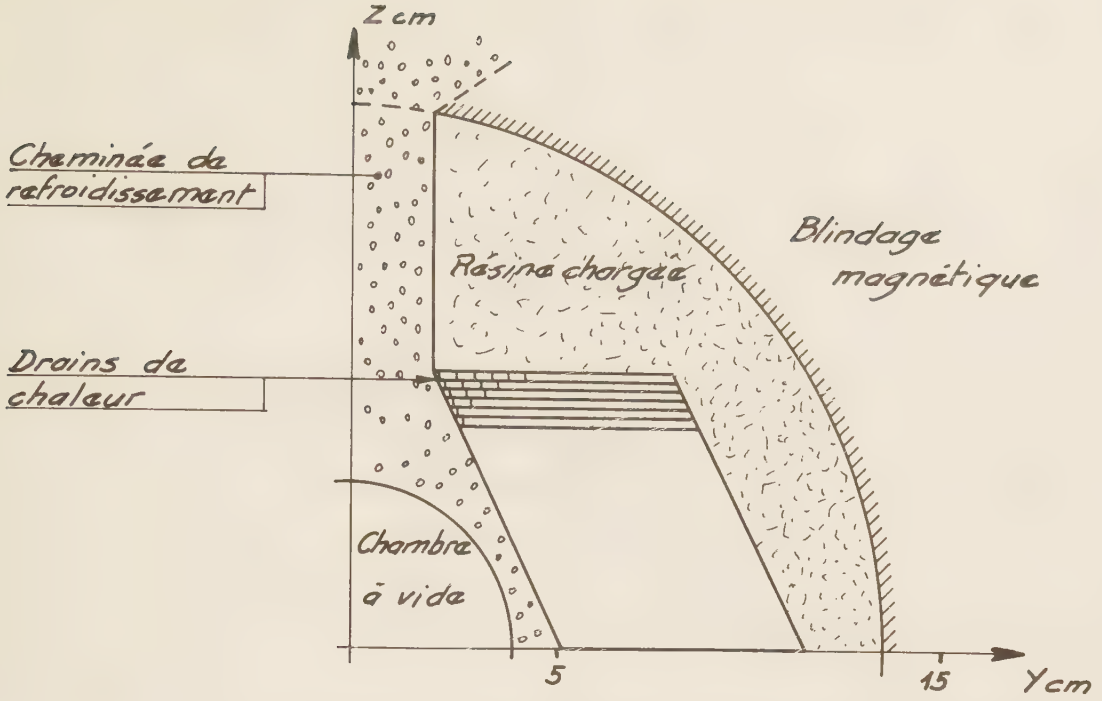
Les courbes IV.17a et b reproduisent :

- l'évolution de cette densité de puissance en fonction du temps. Emission d'énergie pendant 0,5 seconde toutes les 5 secondes.
- l'amplitude de cette puissance en fonction de la distance du point considéré à l'axe du dipole.

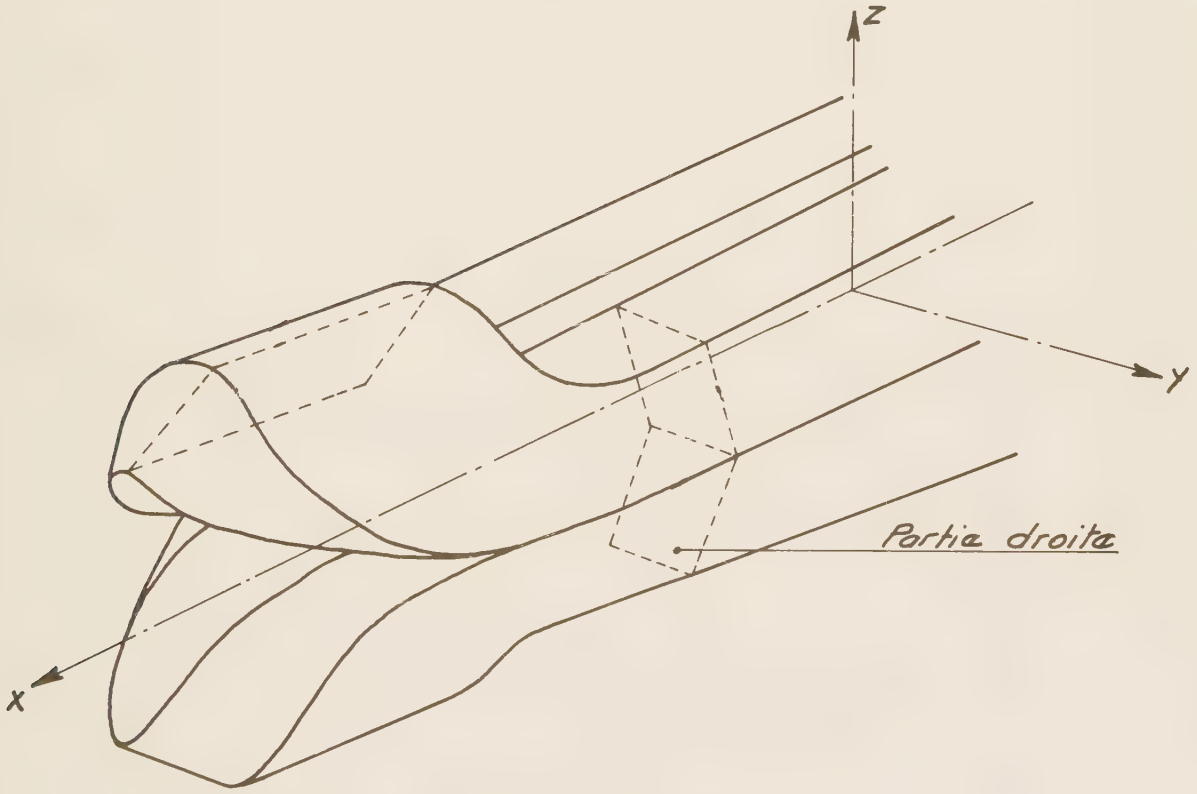
Les courbes IV.18 et 19 montrent l'évolution de la température sur la couche la plus chaude (quatorzième) pour une induction magnétique centrale de 5 Teslas. Dans la figure IV.18, nous avons pris la spire comme paramètre. Y = 0,65 cm correspondant à la spire où

l'induction et l'amplitude de la puissance dissipée sont maximums sur cette couche. Y = 6,5 cm correspond à la dernière spire. Nous remarquons que le bobinage a le temps de reprendre la température du bain d'hélium entre deux émissions et que l'élévation de la température à son maximum est comparable à celle obtenue avec un régime pulsé d'environ 1,5 Teslas par seconde. Pour la seconde, le temps est pris comme paramètre. Le profil de la température au milieu de l'émission d'énergie (t = 2,25 secondes) peut sembler curieux. Il n'en est rien si l'on se rappelle que l'énergie dissipée sur la première spire correspond au pic de la courbe d'énergie (IV.17,b). Ce profil signifie que la puissance dissipée dans cette première spire à cet instant est en partie dissipée vers le bain d'hélium et est absorbée dans son autre partie par l'enthalpie du bobinage des autres spires.

Cette application tend à montrer que le refroidissement d'un bobinage supraconducteur placé sur une aire expérimentale doit être étudié.



a) Coupe transversale de l'aimant dipolaire "MOBY" dans sa partie droite.



b) Têtes du bobinage MOBY

Fig. IV 0

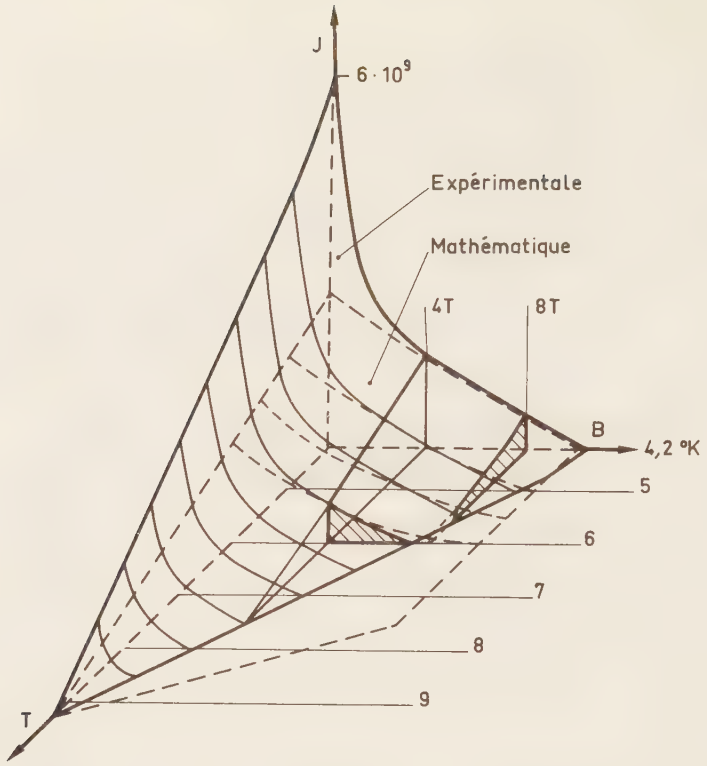


FIG. IV 1

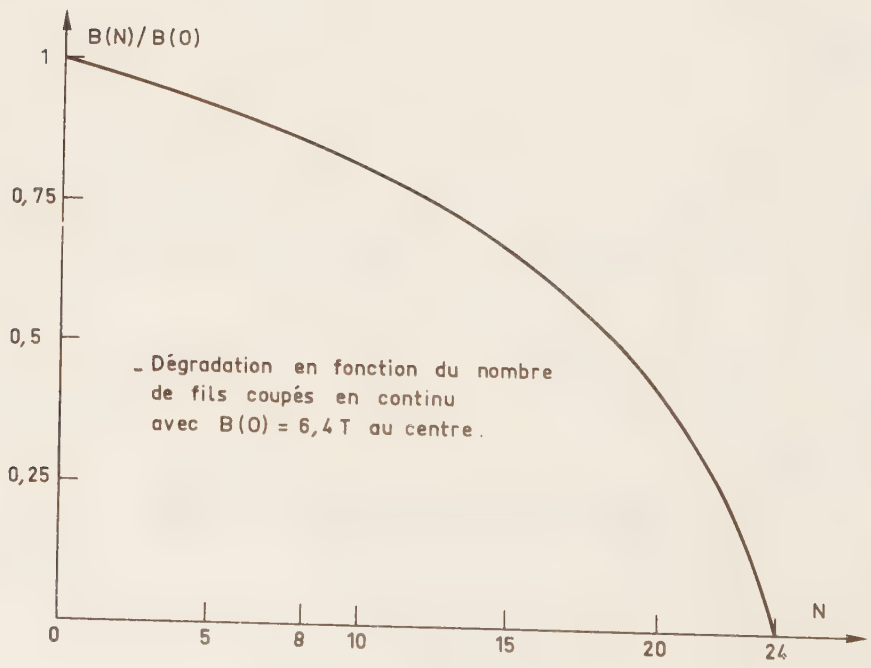


FIG. IV 2

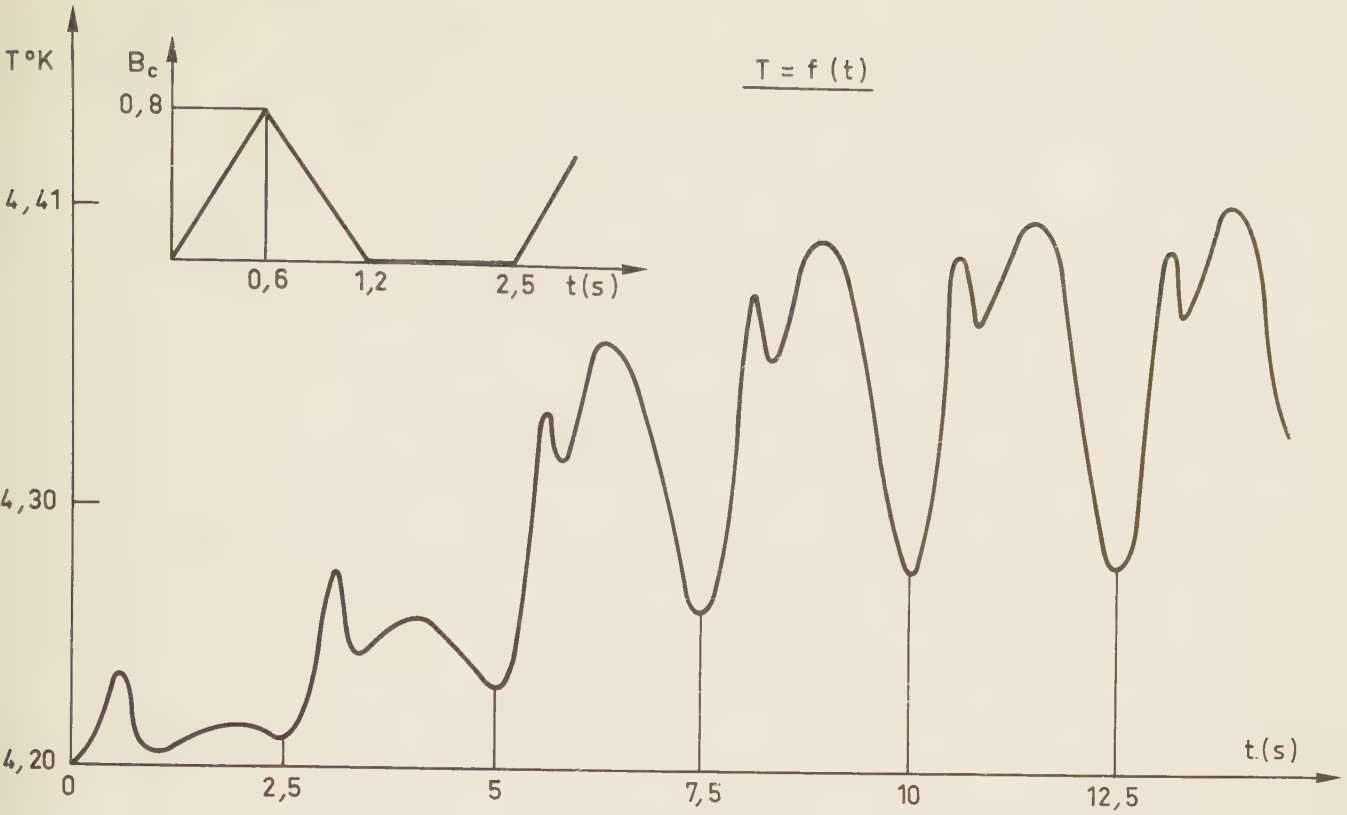


FIG. IV 4

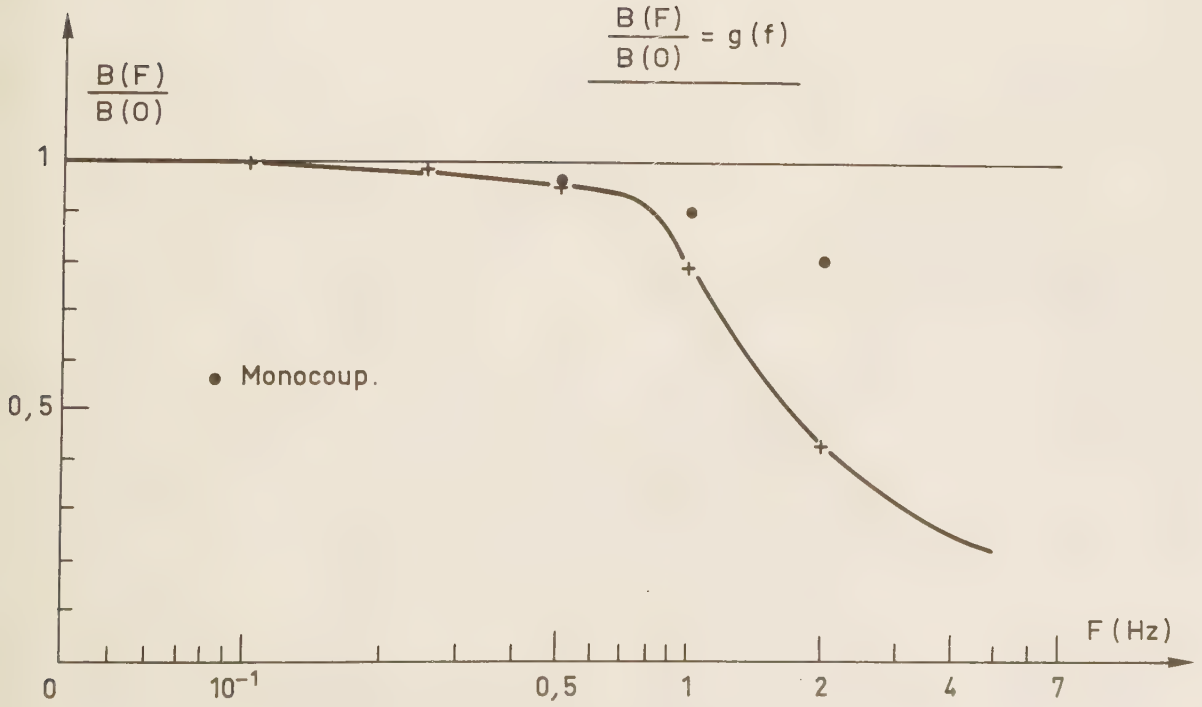


FIG. IV 5

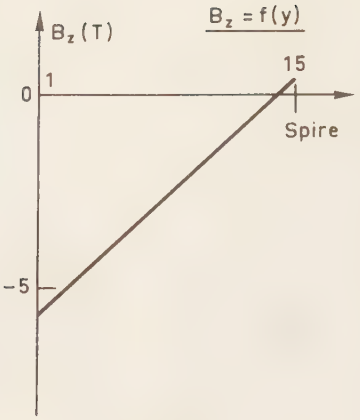


FIG. IV 6a

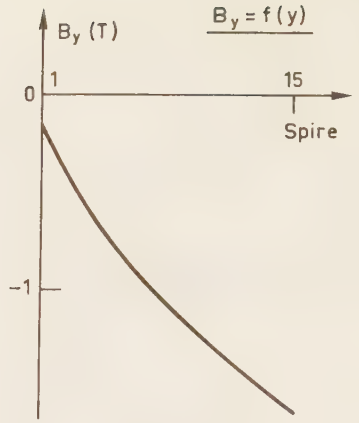


FIG. IV 6b

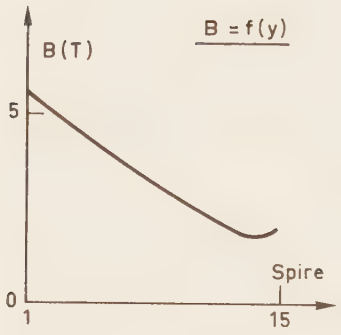


FIG. IV 6c

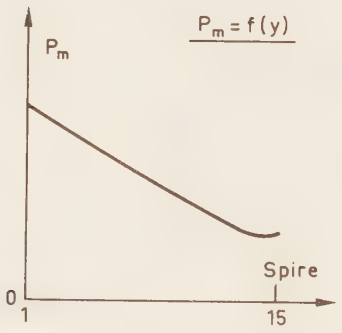


FIG. IV 6d

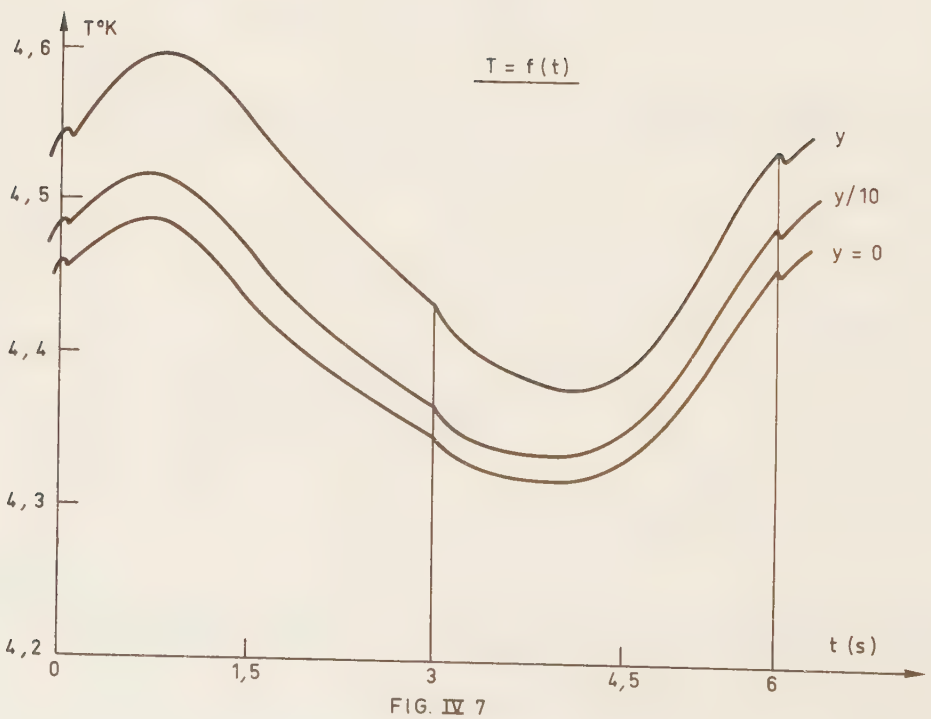


FIG. IV 7

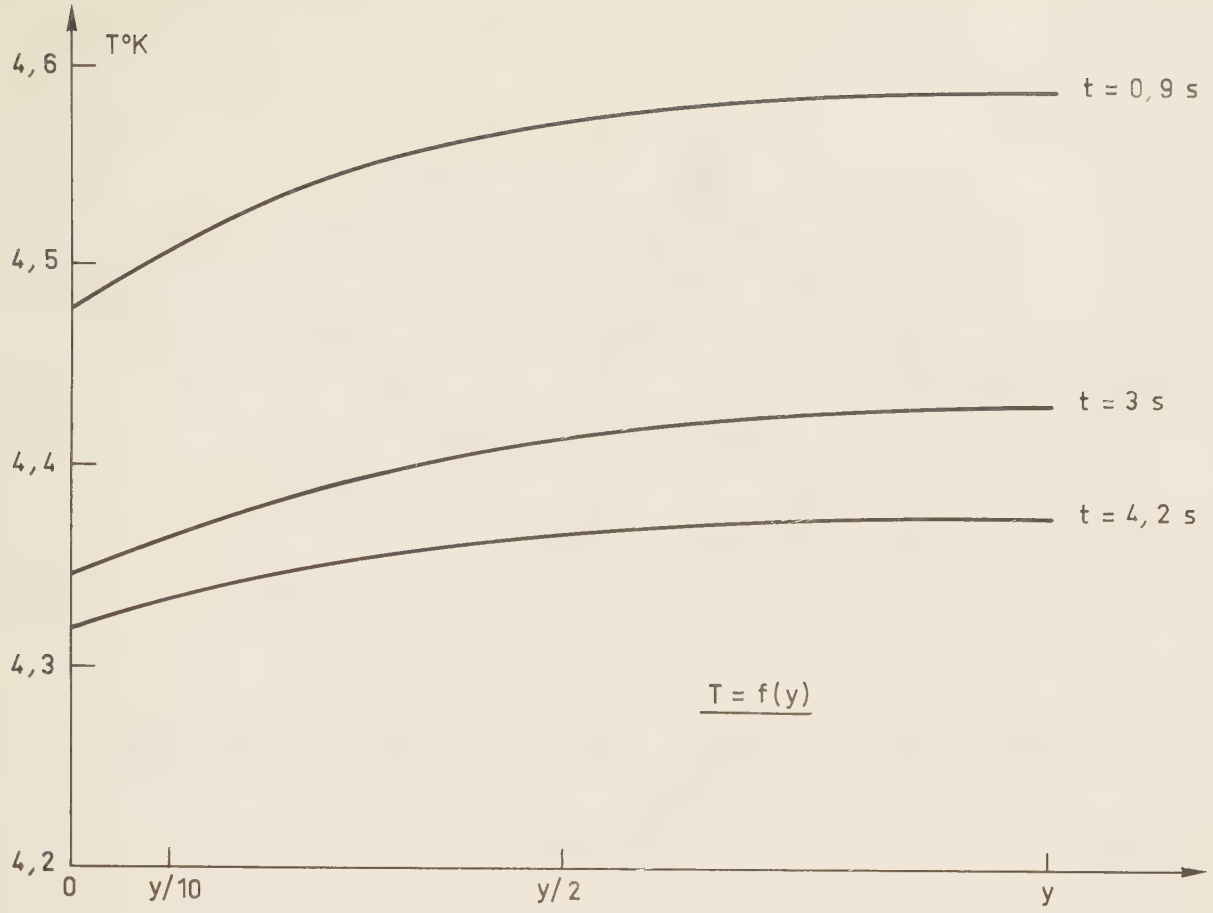


FIG. IV 8

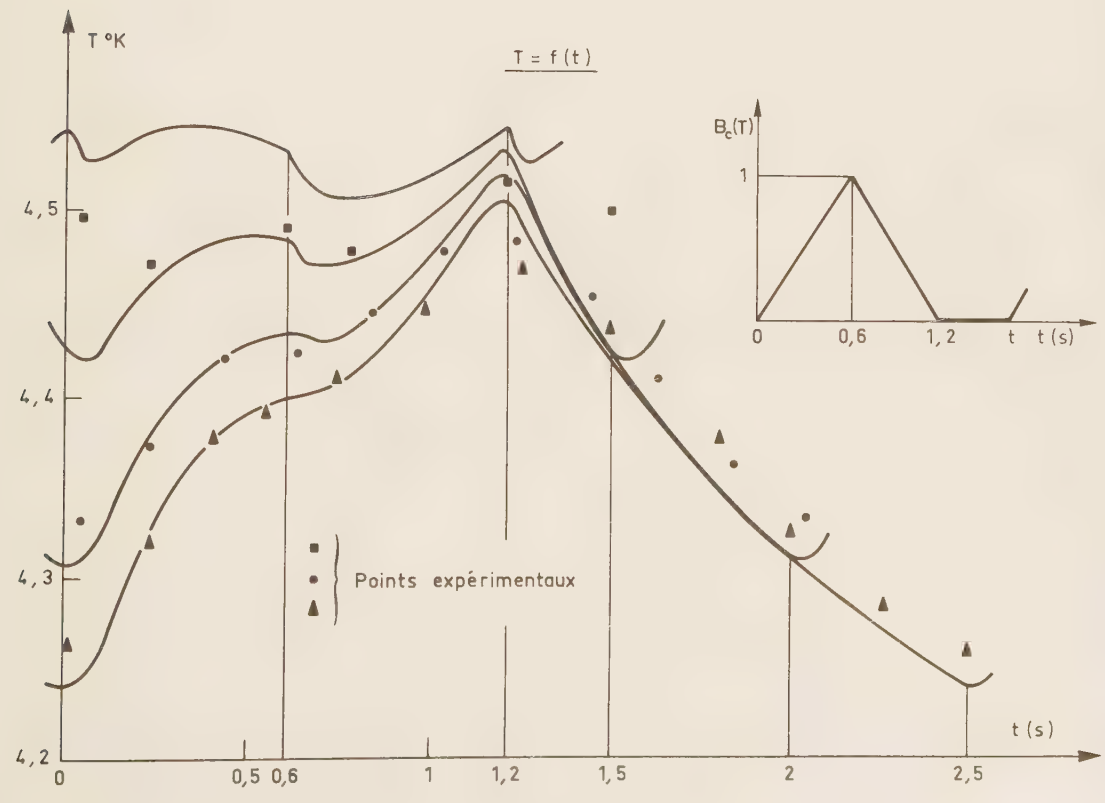


FIG. IV 9a

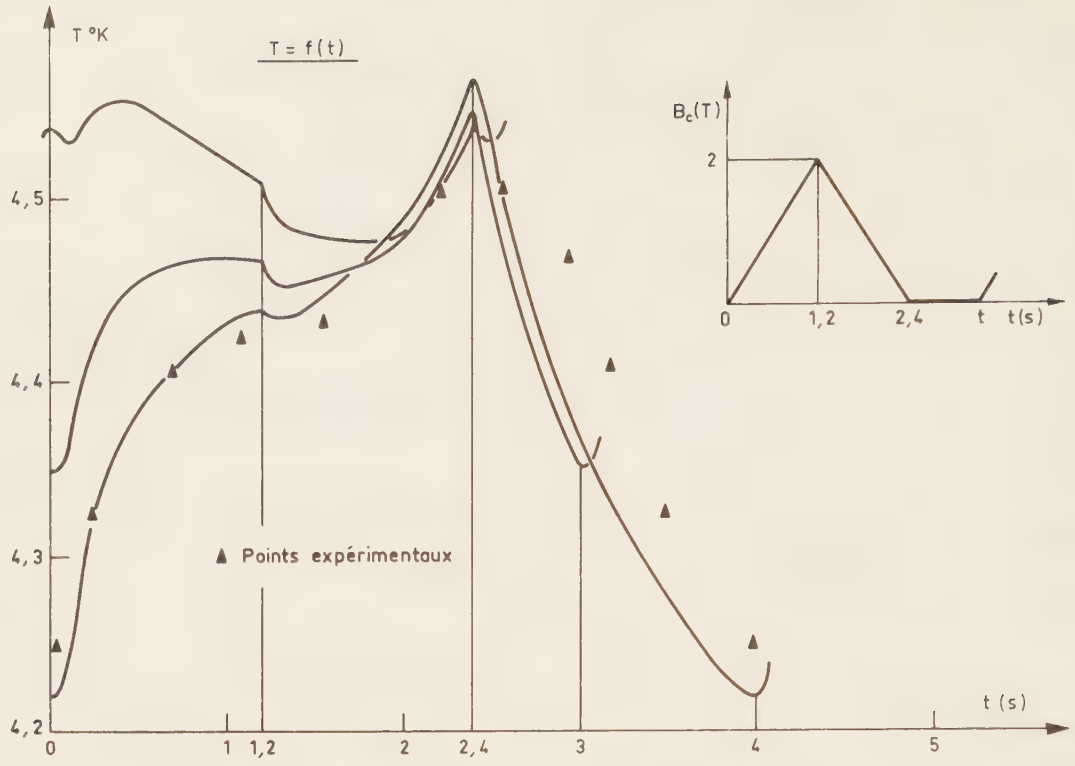


FIG. IV 9b

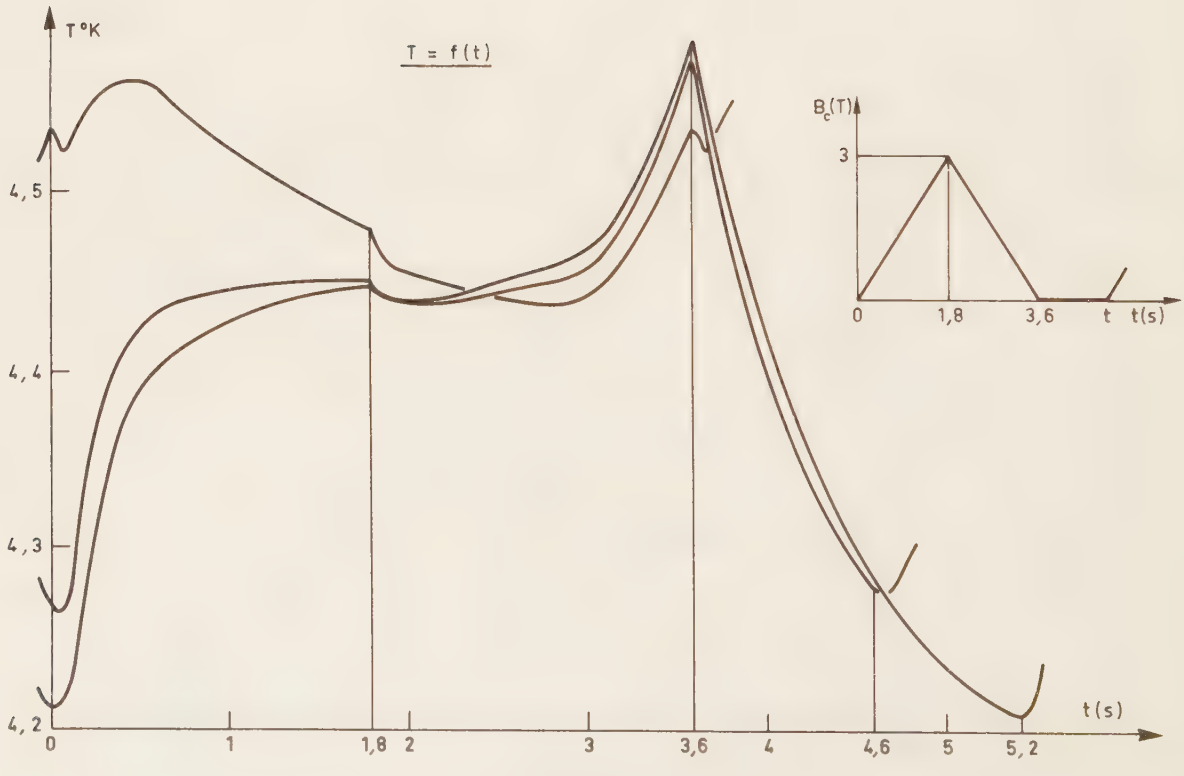


FIG. IV 9c

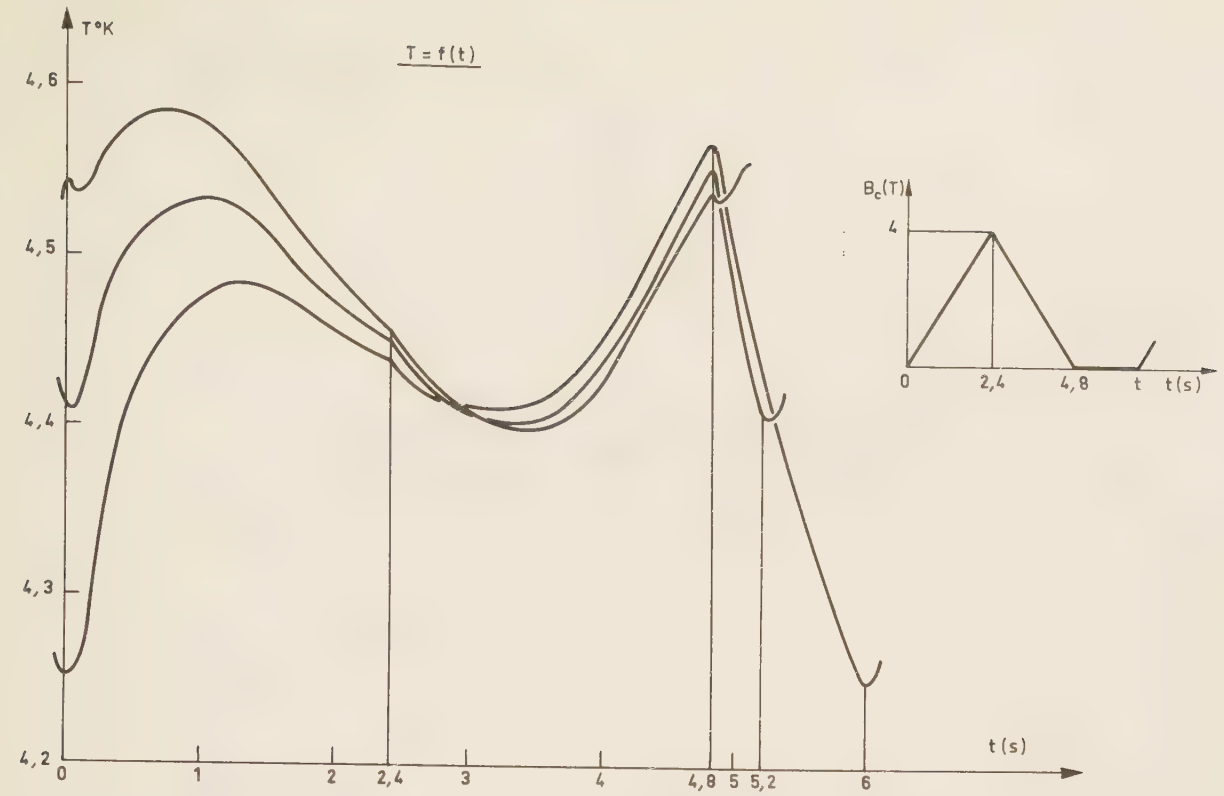


FIG. IV 9d

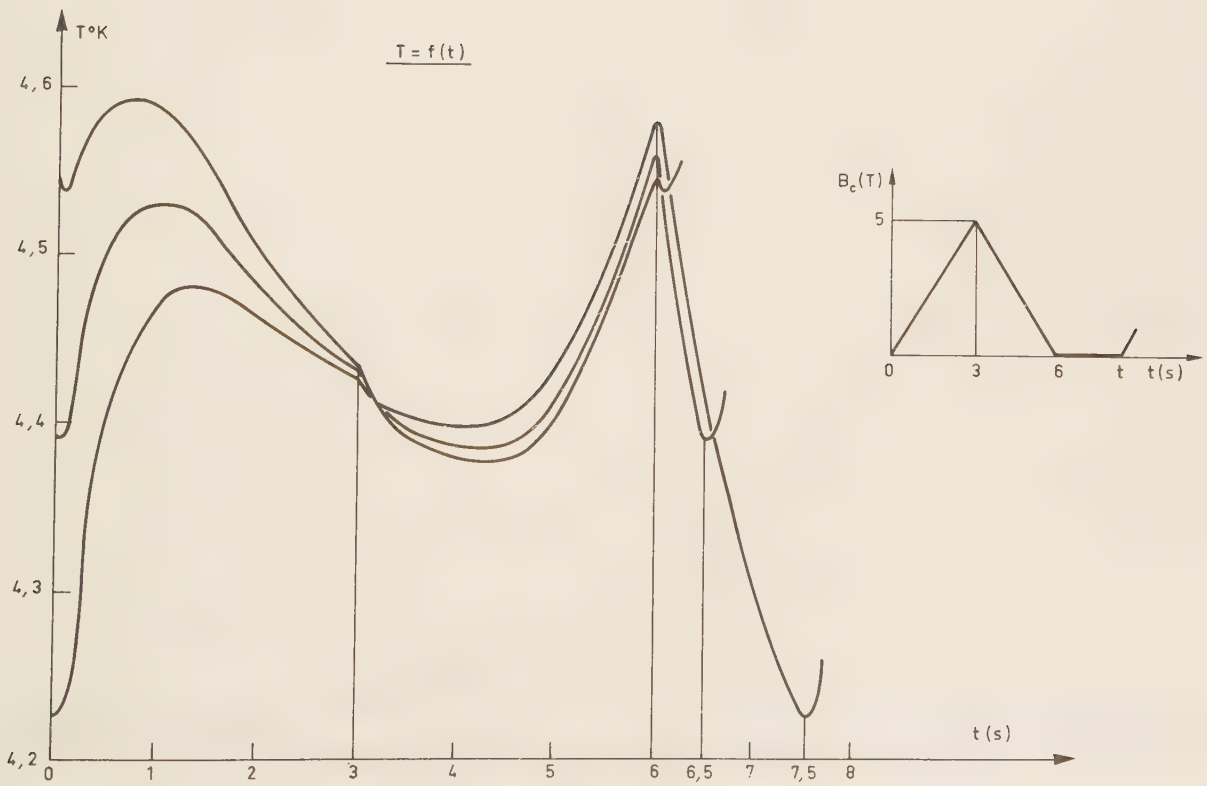


FIG. IV 9e

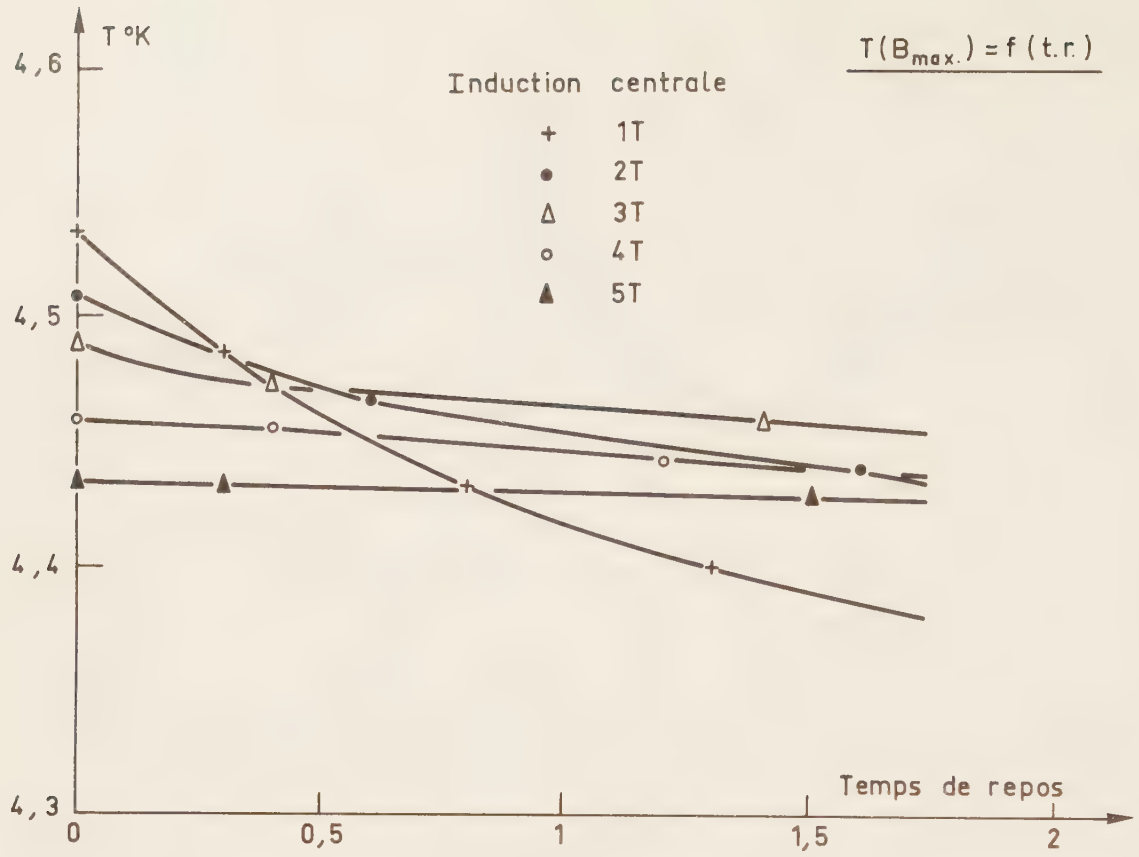


FIG. IV 10

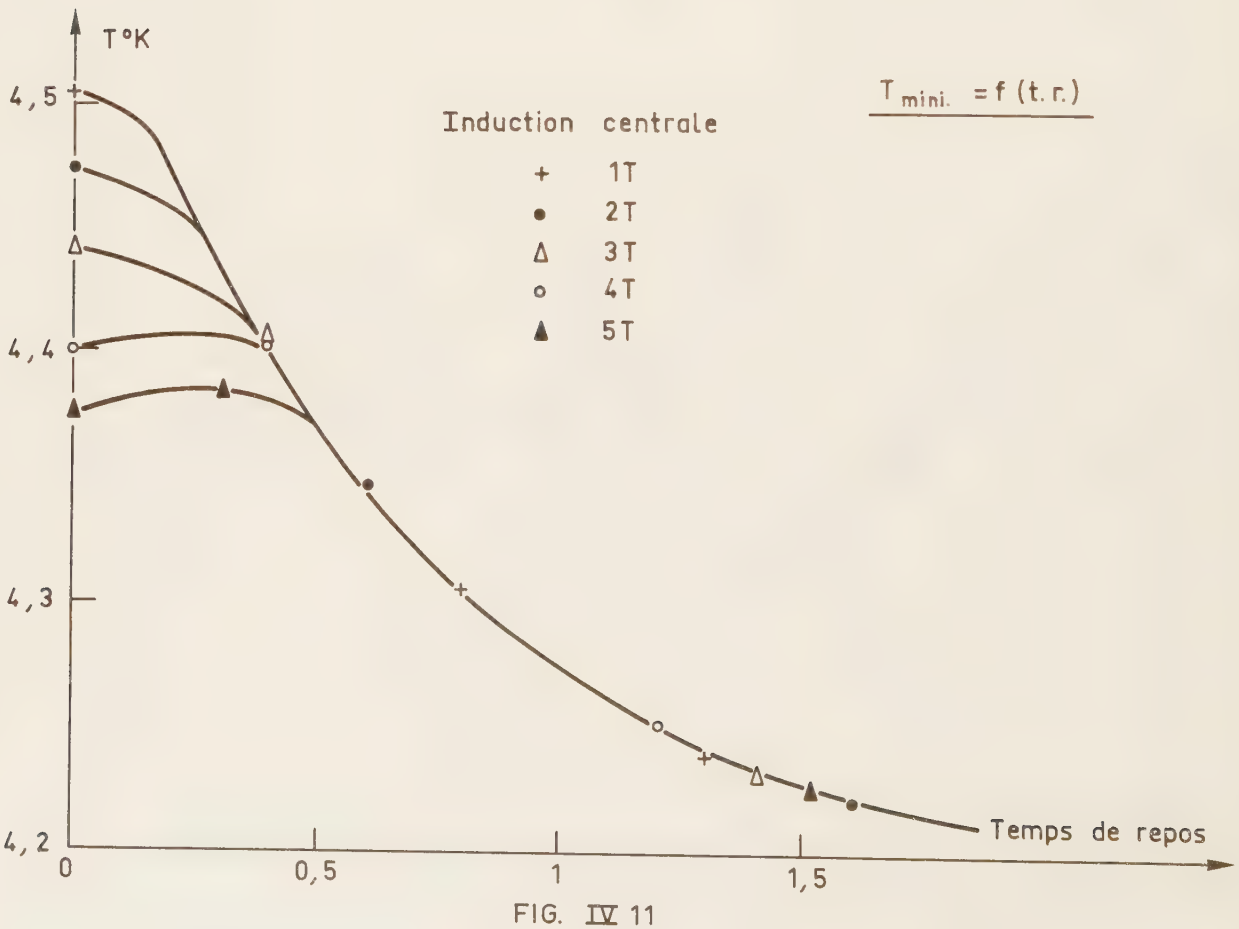


FIG. IV 11

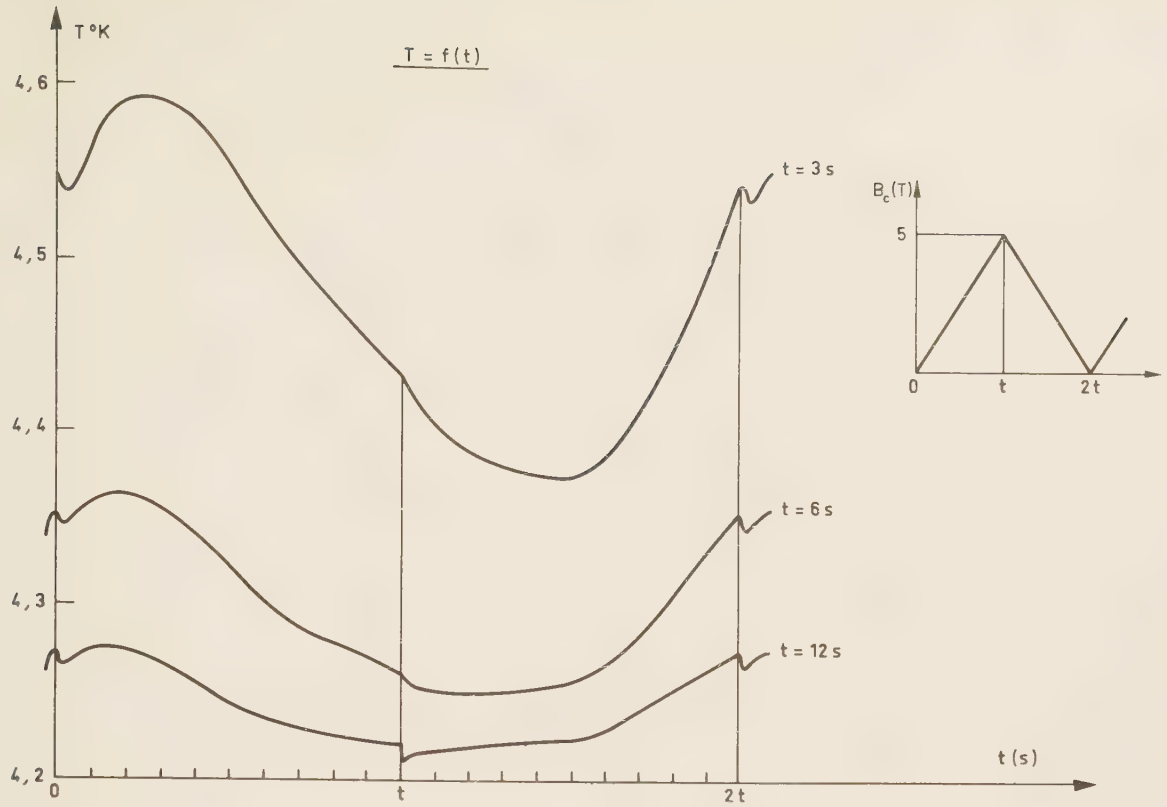


FIG. IV 12

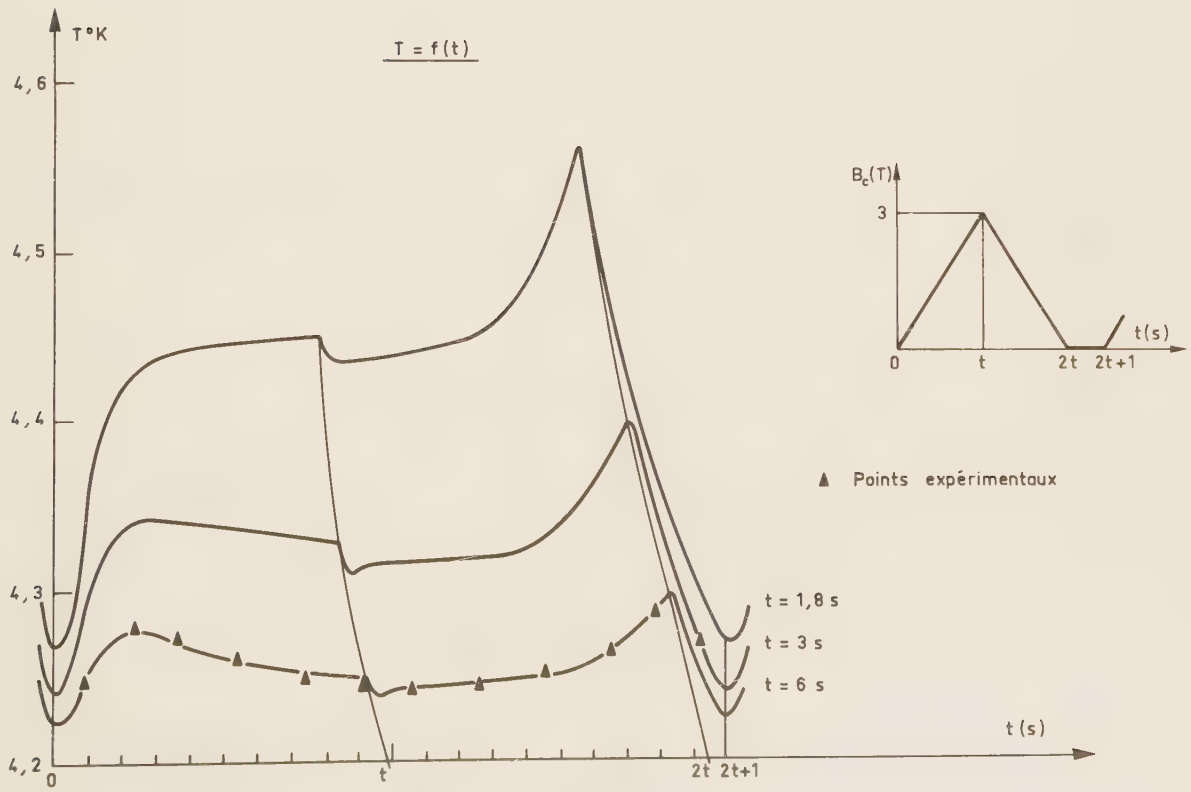


FIG. IV 13

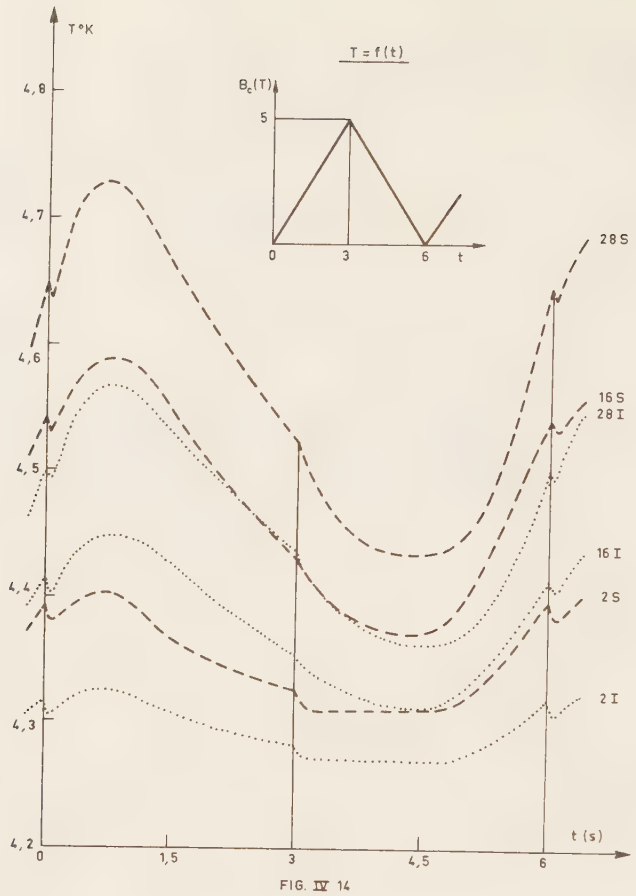


FIG. IV 14

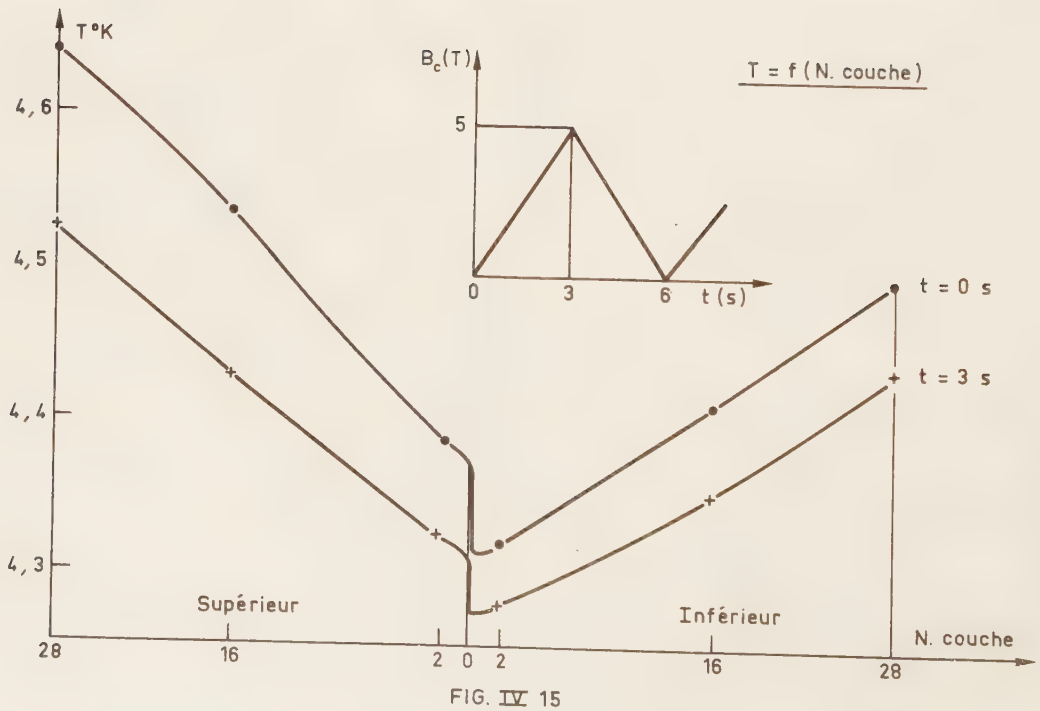


FIG. IV 15

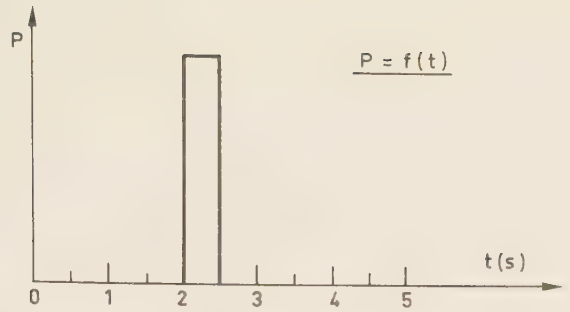


FIG. IV 17a

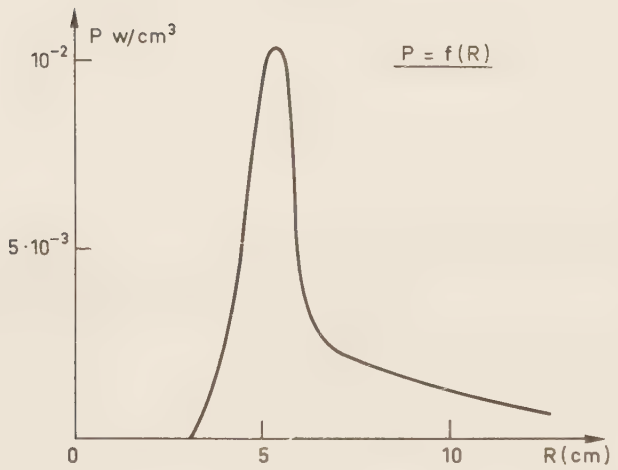


FIG. IV 17b

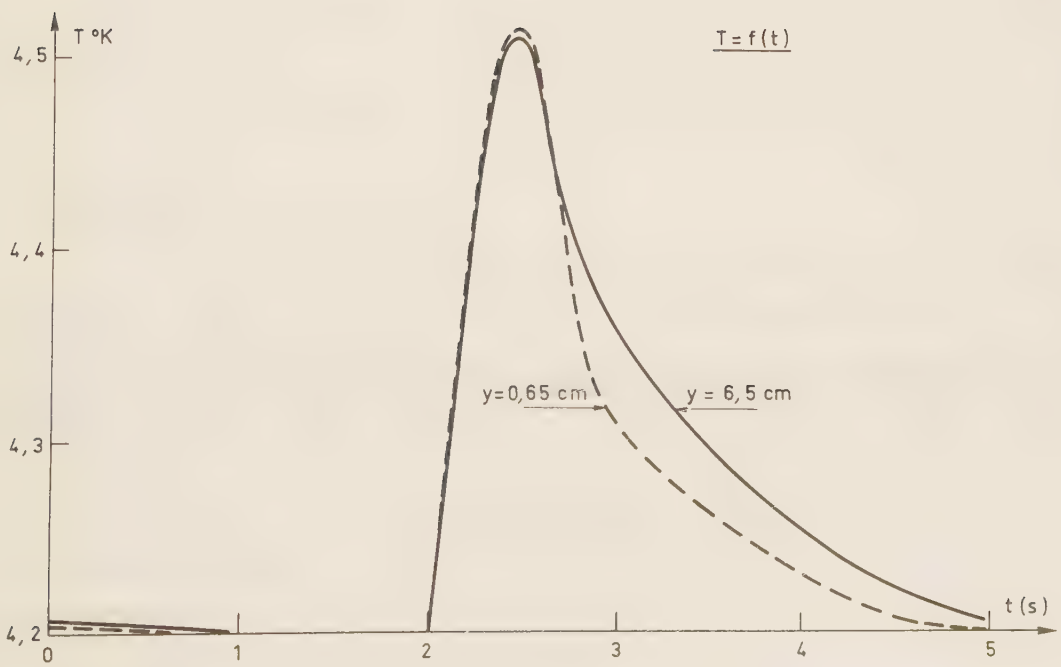


FIG. IV 18

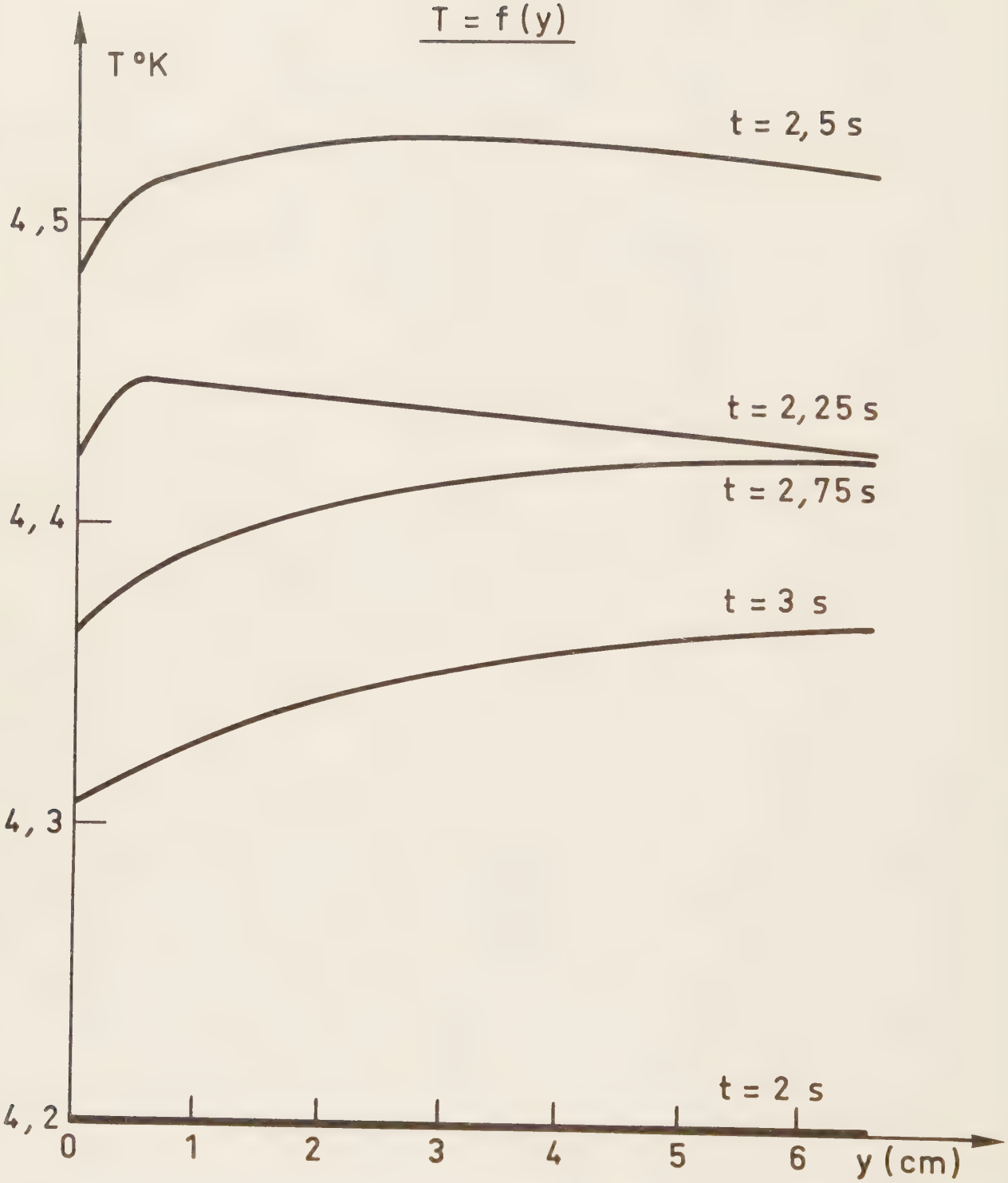


FIG. IV 19

Chapitre V

INFLUENCE RELATIVE DES PARAMETRES SUR LE COMPORTEMENT THERMIQUE DU BOBINAGE.

Après avoir étudié expérimentalement et théoriquement le comportement thermique du bobinage "MOBY", nous nous proposons de faire une étude théorique de l'influence de divers paramètres sur ce comportement. Dans une première partie, ces paramètres seront d'ordre thermique et géométrique. Dans la deuxième partie nous essaierons d'évaluer les valeurs de quelques paramètres permettant d'envisager l'utilisation de la fréquence industrielle de 50 Hertz.

V.1. INFLUENCE DES PARAMETRES THERMIQUES ET GEOMETRIQUES.

Dans toute cette étude, nous nous plaçons sur la seizième couche du bobinage supérieur pour une induction magnétique centrale de 5 Teslas et un cycle de 7 secondes de période dont 3 s pour la montée, 3 s pour la descente et 1 s de temps de repos.

V.1.1. Paramètres thermiques.

- Avant d'étudier l'influence de la diffusivité thermique et des différentes composantes du tenseur de conductibilité thermique sur l'évolution de la température, nous regardons celle de l'induction magnétique sur cette évolution. Pour cela, nous avons supprimé les variations des paramètres avec le champ magnétique (courbe V.1). Nous constatons que l'induction magnétique augmente la température surtout à champ maximum (t = 3s) et à la fin du temps de repos (t = 7s). L'augmentation de 0.02°K, à l'instant t = 3 secondes, en bout de couche (N = 16) représente un accroissement de 25% de l'écart de température le long de l'intercouche. Celle-ci est due à l'action de l'induction magnétique sur le tenseur de conductibilité. L'augmentation

de température à la fin du temps de repos est due à l'action "enthalpique" du champ magnétique, c'est-à-dire que pendant les six secondes de production de pertes, la conductibilité thermique étant plus faible, le bobinage absorbe sous forme enthalpique une quantité de chaleur plus importante. Ainsi, pendant la seconde de repos, il y a plus de chaleur à évacuer.

- L'influence de la diffusivité thermique, à tenseur de conductibilité thermique constant, est représentée sur la courbe V.2. Nous constatons que pour une chaleur spécifique apparente 100 fois plus forte que celle de MOBY, la température est sensiblement constante, c'est-à-dire que le système de transfert thermique se rapproche du filtre parfait où la température serait constante (chaleur spécifique infinie). Pour une chaleur spécifique 10 fois plus faible, l'évolution de la température suit assez bien celle de la puissance fournie par le câble supraconducteur, ce qui signifie pour les faibles fréquences que nous avons intérêt à avoir la meilleure diffusivité thermique possible pour un câble ne présentant pas de "pics" de puissance de pertes (saut de flux, craquements de résine, forte augmentatio des pertes à l'approche du courant critique, ...) et la plus mauvaise possible pour une courbe de puissance ayant une grande amplitude de variation surtout à l'approche de l'induction maximale.

De plus, nous avons constaté qu'à diffusivité thermique constante, le rôle de filtre thermique de l'intercouche augmente avec la fréquence. Ce qui signifie que les variations de la température avec le temps sont de plus en plus faibles lorsque la période diminue.

- Influence du tenseur de conductibilité thermique :
En faisant varier successivement chaque composante du tenseur autour de sa valeur expérimentale, nous avons constaté :

α), Pour la composante K^{xx}, une variation infinitésimale de la température, même quand celle-ci varie d'une puissance de dix. Cette variation très faible (de l'ordre de 0,001°K) s'explique par les faits suivants :

a) la puissance de pertes est indépendante de la position en x de la maille élémentaire du conducteur,
b) pour chaque maille, le motif d'échange avec l'intercouche couvre toutes les valeurs x de cet axe,

c) l'évacuation de la chaleur se fait principalement suivant l'axe privilégié Y et suivant l'axe Z pour le transfert conducteur-intercouche.
Ce résultat nous prouve que les félures de l'intercouche suivant des plans ZY ne sont pas vraiment importantes pour une telle répartition de pertes.

β), Pour la composante K^{YY}, une variation importante de la température quand cette composante varie d'un facteur deux. Les courbes V.3 montrent qu'une diminution de K^{YY} entraîne une augmentation de la température et du rôle filtrant de l'intercouche. La forte influence de cette composante est due :
. d'une part, au rôle privilégié de l'axe Y de transférer la chaleur vers l'hélium liquide.
. d'autre part, à la longueur de l'intercouche suivant Y qui est très importante vis-à-vis des autres dimensions.
A l'instant où le champ magnétique est maximum (t = 3s), nous donnons la différence de température au point N16 en fonction de K^{YY} dans le tableau ci-dessous :

K^{YY}	$2.K^{YY}$	K^{YY}	$K^{YY}/2$
ΔT °K	0.16	0.21	0.29

δ), Pour la composante K^{ZZ}, une évolution du profil de la température le long de la couche (courbes V.4). Cette évolution de profil est due principalement à la variation de la puissance transférée du conducteur à l'intercouche le long de l'axe Y. Cette influence est peu importante pour des valeurs plus élevées de K^{ZZ} ; cela tient au fait que l'épaisseur de l'intercouche est très faible (0,04 cm), c'est-à-dire que l'élévation de température due à la composante K^{ZZ} est faible vis-à-vis des autres. Par contre, pour des valeurs de K^{ZZ} plus faibles (8 fois) l'influence commence à être non négligeable, ce qui signifie que pour la géométrie de notre bobinage, la composante K^{ZZ} n'est pas loin d'une valeur critique et en conséquence, les différentes résistances de contact entre matériaux différents ne doivent pas être plus importantes. A la limite, un décollement des matériaux

entre eux aura des conséquences thermiques importantes.

- Influence du coefficient de transfert à l'hélium.

Pour les différentes valeurs de ce paramètre, nous avons constaté (courbes V.5) :

a) que le profil de la température est sensiblement le même le long de la couche (axe Y).
b) que la différence de température à l'interface liquide-solide évolue fortement et se répercute tout le long de la couche.
Nous donnons dans le tableau ci-dessous l'élévation de température au point N16 à l'instant t = 3s (B maximum) en fonction de ce coefficient.

h_o	$2.h_o$	h_o	$h_o/2$
ΔT °K	0,145	0,21	0,33

V.1.2. Paramètres géométriques.

Ces paramètres sont liés à l'intercouche. Ce sont essentiellement les dimensions du motif d'échange thermique conducteur-intercouche et l'épaisseur de résine entre le conducteur et les drains.

- Influence de la dimension du motif d'échange.

Cette influence est négligeable pour notre géométrie. En effet une diminution d'un facteur 5 de la surface du motif d'échange ne provoque qu'une élévation de température de 0,01 °K, ce qui nous prouve que ce paramètre n'a qu'une action secondaire par rapport aux paramètres h_o et K^{yy}.

- Influence de l'épaisseur de résine.

Cette influence, faible elle aussi, ne se fait sentir que sur l'allure de la température en fonction du temps (courbes V.6). En effet la résine intervient :

a) dans la chaleur spécifique de l'intercouche. Par ce biais, elle influence la diffusivité thermique et plus son épaisseur augmente, plus le rôle de filtre thermique de l'intercouche augmente.

b) dans les composantes du tenseur de conductibilité thermique. En gros, le flux thermique évacué dans le sens des Y ne dépend que des drains (shunt thermique), celui relatif au sens des X est nul. Seule, la composante K^{zz} intervient mais très faiblement. En effet, la variation de quelques centièmes de mm de l'épaisseur de résine ne change pas la valeur apparente de K^{zz} car les diverses résistances de contact représentent la partie prépondérante de cette composante. Toutefois, il est certain qu'une augmentation inconsidérée de cette épaisseur se ferait nettement sentir sur le comportement thermique.

V.1.3. Paramètres fondamentaux.

En partant des valeurs de MOBY, nous avons constaté que les grandeurs fondamentales sont :

- le coefficient d'échange avec l'hélium liquide,
- la conductibilité thermique dans le sens des drains.

Ensuite venaient :

- la conductibilité thermique dans le sens conducteur intercouche
- pour les fréquences basses la diffusivité thermique.

A partir de ces constatations, on voit que pour améliorer le comportement thermique il faudrait :

- augmenter le coefficient d'échange avec l'hélium liquide c'est-à-dire accroître artificiellement la surface d'échange à l'hélium du métal conducteur de la chaleur (drains débouchant de quelques mm dans l'hélium à condition d'enlever l'isolant au contact de l'hélium, plaque conductrice soudée aux drains, ...),
- augmenter la composante K^{yy}, c'est-à-dire augmenter au maximum la conductibilité thermique du métal conducteur (cf III) et le rapport des sections métal conducteur-intercouche (drains à section rectangulaire, métal conducteur très pur avec un effet de magnétorésistance faible, ...).

Il existe un paramètre encore plus fondamental : les pertes dans le composite supraconducteur. Le paragraphe suivant nous permettra de reparler de ces pertes lorsque nous essaierons de dégager leur niveau acceptable, à partir du comportement thermique d'un bobinage imprégné pulsé à la fréquence industrielle de 50 Hertz.

V.2. VERS LES FREQUENCES INDUSTRIELLES.

Une des plus belles cartes de noblesse des matériaux supraconducteurs serait sans conteste leur utilisation à une fréquence de 50 Hertz. Dans ce paragraphe nous essaierons d'évaluer grossièrement les impératifs exigés pour une utilisation industrielle. La première partie nous donnera, dans certaines conditions, le niveau maximum de pertes par cycle que l'on peut envisager. Dans la deuxième partie, nous tenterons de dégager les paramètres géométriques d'un composite supraconducteur de Nb-Ti, pouvant fonctionner dans ces conditions.

V.2.1. Niveau thermique.

Nous avons choisi la configuration suivante :

. la couche du câble supraconducteur à environ 2 cm de longueur pour une épaisseur de 0,2 cm,
. le supraconducteur représente en volume environ le quart du câble,
. l'intercouche vaut 0,4 mm,
. l'induction magnétique moyenne vaut 3 Teslas pour une fréquence alternative de 50 Hertz.

Nous avons pris, pour les principaux paramètres thermiques, par rapport à MOBY, les valeurs suivantes :

. un échange avec l'hélium 4 fois meilleur,
. une valeur du tenseur de conductibilité thermique 2 fois meilleure,
. une température maximale du conducteur d'environ 5,3°K. Cette température nous laisse une petite marge de sécurité vis-à-vis de "l'ébullition en film" pour l'échange avec l'hélium liquide.

Notre programme de calcul, avec tous ces paramètres, nous a permis de trouver :

. que le rôle de filtre thermique de l'intercouche est parfait à cette fréquence, ce qui permettra, dans d'autres configurations géométriques et thermiques, de négliger l'aspect temporel.
. que les pertes par unité de volume ne devaient représenter pour une montée et une descente de l'induction magnétique qu'environ 0,6 fois les pertes par magnétisation à fréquence nulle du composite de MOBY. Ce que nous écrirons :

$$Pm = 0{,}6\ Mom$$

V.2.2. Les pertes dans un composite multibrin.

Nous reprenons les résultats exposés par de nombreux auteurs [26, 58].

. Les pertes par magnétisation d'un composite multifilamentaire torsadé s'écrivent :

$$M = M_o\left(1 + \frac{\dot{B}\, l^2}{\lambda J_c\, d}\,\frac{1}{\rho_e} + \ldots\right) = M_o(1 + \alpha_m)$$

où : M_o est la valeur à fréquence nulle ($M_o \simeq \lambda J_c \frac{Bd}{4}$),

$\dot{B}$ est la vitesse de montée de l'induction magnétique,

$4l$ représente le pas de torsade,

λ est le rapport métal/supraconducteur,

J_c est la densité de courant critique,

d est le diamètre du filament,

ρ_e est la résistivité effective. Elle dépend de la géométrie et des matériaux du composite.

En appelant a, le rayon du composite et sachant que technologiquement le pas de torsade est au moins égal à 10a, on en déduit le nombre maximum de filament N_1 soit :

$$N_1 = \frac{3{,}2\, a^2 \lambda}{d^2} = \frac{8.\alpha_m\, \lambda^2\, J_c\, \rho_e}{10\, d\, \dot{B}}$$

. Effet du champ propre :

- Le simple critère de stabilité adiabatique [59] nous impose que le champ propre maximum du composite soit inférieur au champ minimum de saut de flux B_{fj}, ce qui nous conduit à un nombre maximum de filaments :

$$N_2 = 16\, B_{fj}^2/\mu_o^2\, \lambda\, J_c^2\, d^2$$

- Lorsque le courant dans le fil croît de la valeur 0 à i, les pertes dues au champ propre par unité de volume sont :

$$Q_s = \eta\, \mu_o\, i^2/8\pi a^2$$

où : η est un facteur numérique dépendant de la forme du courant et de l'histoire du matériau.

Nous imposons que ces pertes représentent une fraction des pertes par magnétisation soit : $Q_s = \alpha_s M_o$
ce qui nous permet d'obtenir une troisième valeur de N :

$$N_3 = 8 \alpha_s B/\eta \mu_o J_c d$$

- Nous négligeons l'effet de la saturation des couches extérieures [27]. Cette approximation semble réaliste pour des composites de petites dimensions et pour des courants maximums inférieurs de 10% au courant critique.

. Dans ces conditions, les pertes par unité de volume de notre composite s'écrivent :

$$P_t = M_o(1 + \alpha_m + \alpha_s)$$

en pratique on prend $\alpha_m = \alpha_s = 0,5$, ce qui nous conduit en introduisant le niveau maximum de pertes à :

$$2 \lambda d \frac{J_c B}{4} = 0,6 \lambda_m d_m \frac{J_{cm} B_m}{4}$$

où l'indice m est relatif au câble de MOBY.

En prenant les valeurs de MOBY pour λ, J_c et B on trouve un diamètre maximum pour le filament de $3\ 10^{-6}$ mètre.

De la valeur $\alpha_m = 0,5$ on déduit que le rapport $\frac{l^2}{\rho_e}$ vaut 4. Cette valeur très faible nous conduit automatiquement à une matrice résistante et à un pas de torsade très petit. En utilisant une matrice de cupronickel, on peut espérer une valeur de $4\ 10^{-8}$ Ω/m pour ρ_e, ce qui nous conduit à un pas de torsade de 1,5 mm et à un nombre maximum de filaments de 4000.

De ce calcul approché, nous pouvons conclure que l'utilisation du Nb-Ti à 50 Hertz pose de nombreux problèmes technologiques. Le diamètre du filament devra tendre vers des valeurs très petites (inférieur à 3 μ). La matrice utilisée devra être très résistante (cupronickel) et même à cette condition, le pas de torsade petit nous conduit à des composites de faibles dimensions.

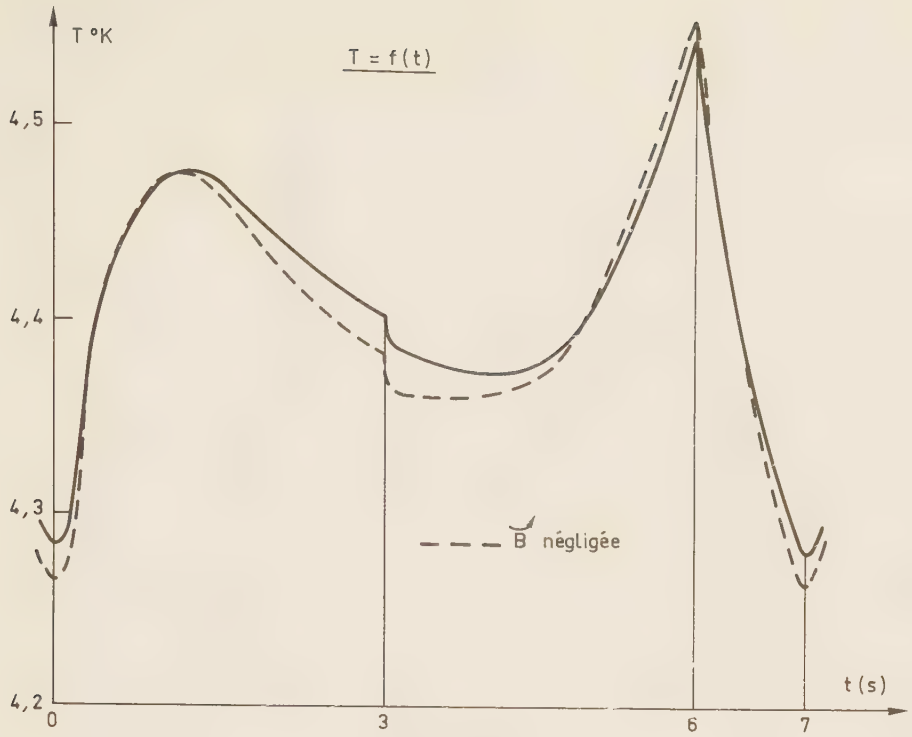

T °K
T = f(t)
4,5
4,4
4,3
4,2
0
3
6
7
t (s)
B négligée

FIG. V 1

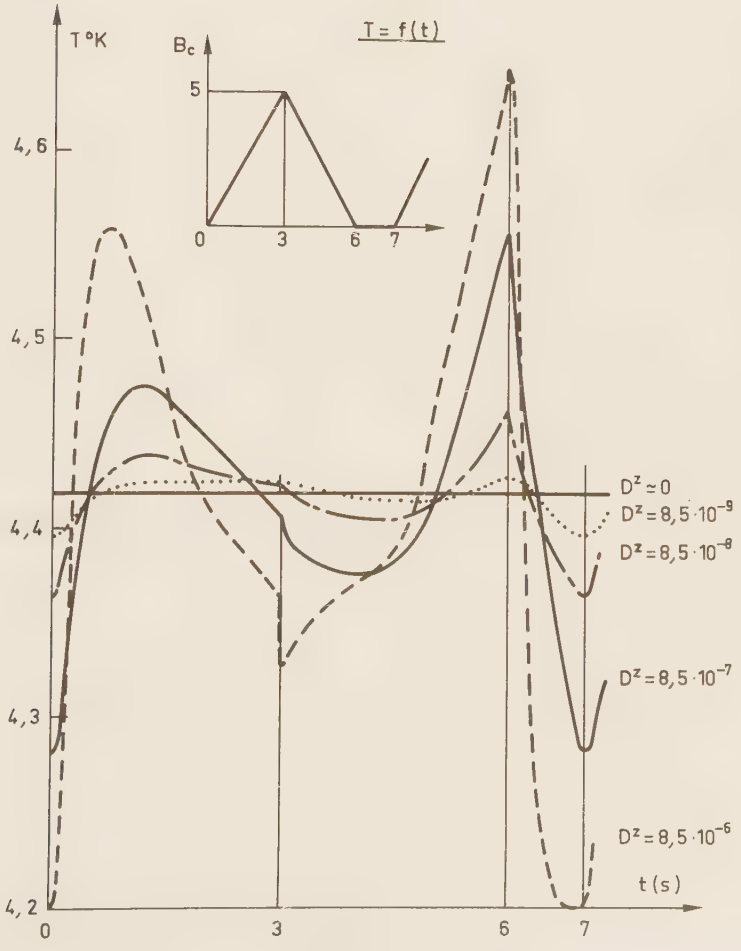

T °K
T = f(t)
Bc
5
0
3
6
7
4,6
4,5
4,4
4,3
4,2
D^z ≃ 0
D^z = 8,5·10^-9
D^z = 8,5·10^-8
D^z = 8,5·10^-7
D^z = 8,5·10^-6
t (s)

FIG. V 2

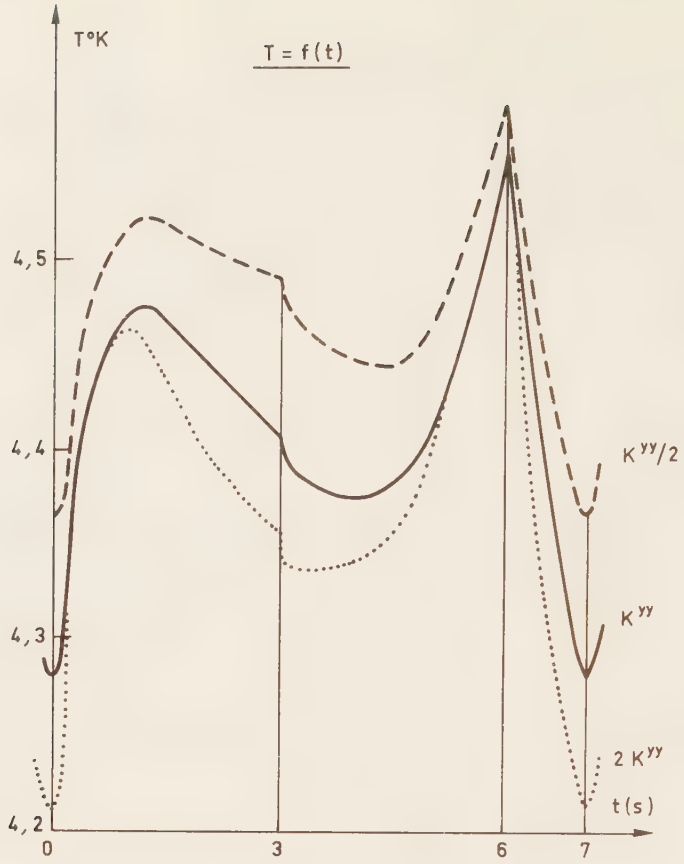

T°K
T = f(t)
4,5
4,4
4,3
4,2
0
3
6
7
K yy/2
K yy
2 K yy
t(s)

FIG. V 3

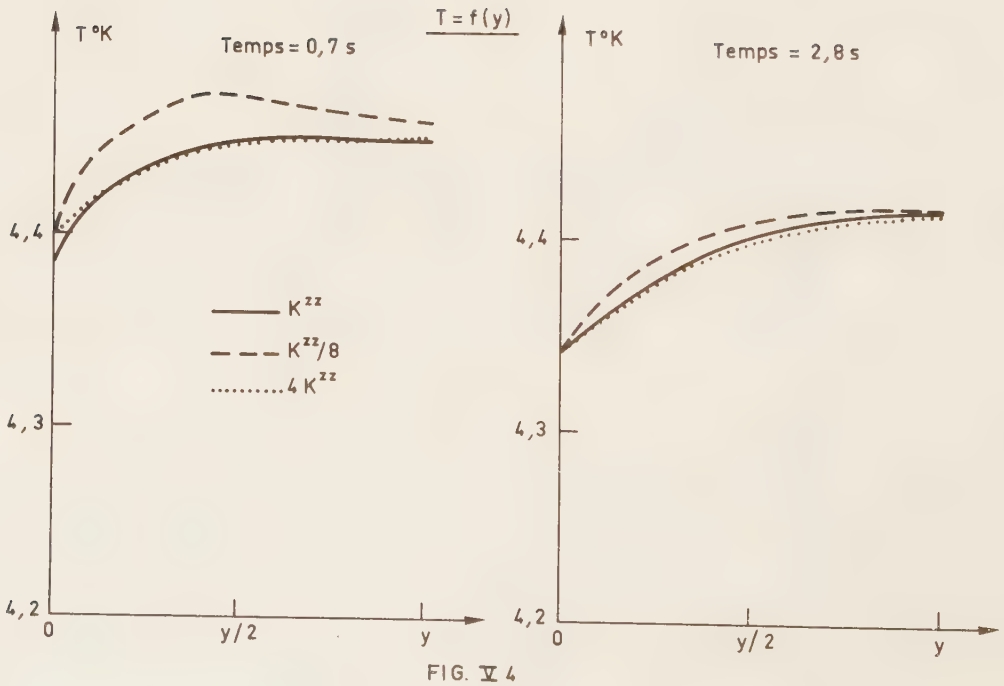

T°K
Temps = 0,7 s
T = f(y)
T°K
Temps = 2,8 s
4,4
4,3
4,2
K zz
K zz/8
4 K zz
0
y/2
y

FIG. V 4

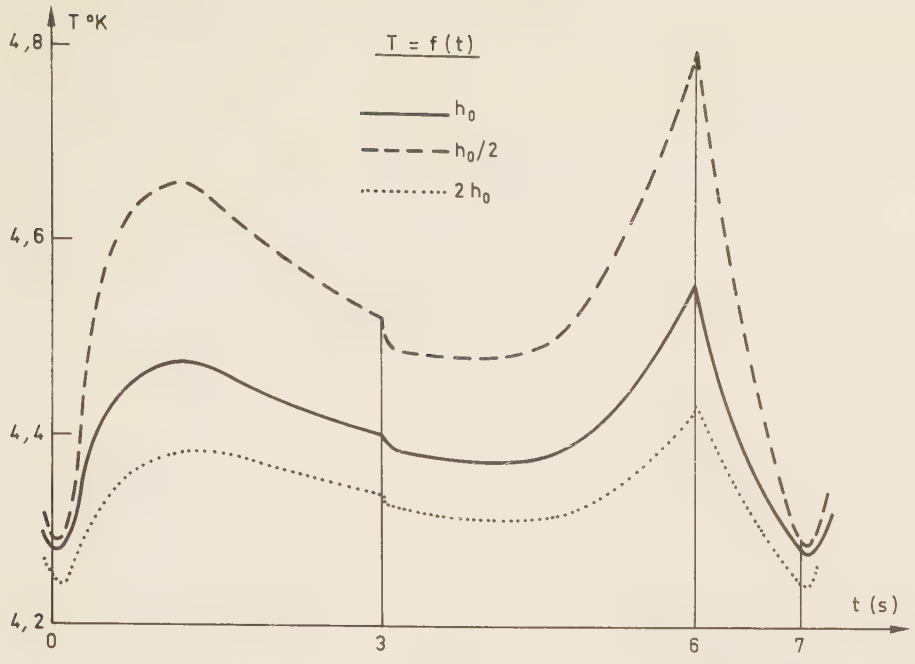

T °K
T = f (t)
h0
h0/2
2 h0
4,8
4,6
4,4
4,2
0
3
6
7
t (s)

FIG. V 5

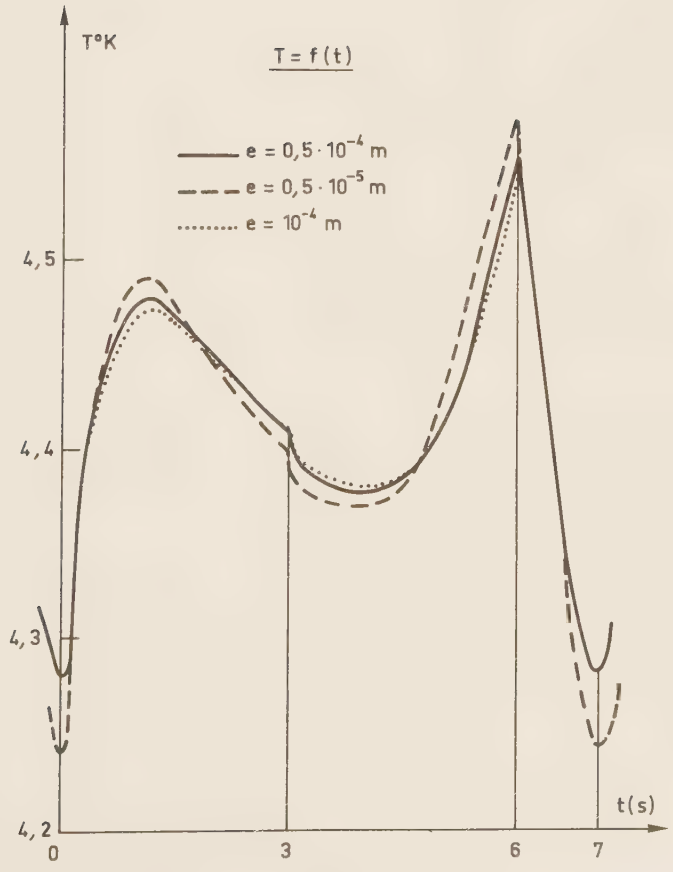

T°K
T = f (t)
e = 0,5 · 10⁻⁴ m
e = 0,5 · 10⁻⁵ m
e = 10⁻⁴ m
4,5
4,4
4,3
4,2
0
3
6
7
t(s)

FIG. V 6

CONCLUSION

Nous avions pour but d'étudier théoriquement et expérimentalement le comportement thermique d'un bobinage supraconducteur imprégné fonctionnant en régime variable.

Nous avons rappelé les équations thermiques générales régissant le phénomène (Cf II.1). Compte-tenu de la structure d'un tel bobinage, des conditions aux limites et de l'intervalle de température dans lequel le matériau reste supraconducteur, nous avons montré qu'il était possible, moyennant quelques approximations dans leurs effets quantitatifs, de linéariser l'équation thermique régissant le phénomène (Cf II.2). Nous avons alors déterminé le champ de température à la surface du supraconducteur par un développement en série dont les différents coefficients dépendent de la structure du câble et de la densité de puissance de pertes (Cf II.3, II.4, II.5). Enfin un programme de calcul a été établi permettant de calculer à tout instant la température à la surface du matériau supraconducteur en tout point d'un bobinage imprégné (Cf II.5).

Nous avons étudié les variations des différents paramètres régissant le comportement thermique. Cette étude expérimentale nous a permis d'obtenir les variations du tenseur de conductibilité thermique du matériau composite en fonction de la température et de l'induction magnétique. Devant l'influence considérable de l'induction magnétique, nous avons approfondi son effet sur des cuivres de différentes puretés. Ce qui nous a permis de montrer que l'amélioration escomptée en utilisant un cuivre de haute pureté est très faible lorsque le bobinage doit fonctionner sous une induction magnétique élevée. (On peut espérer qu'il n'en serait pas de même pour l'aluminium). Les dif-

férentes diffusivités thermiques apparentes du matériau composite ont été déterminées par une comparaison entre les enregistrements expérimentaux et les courbes théoriques. Enfin nous avons déterminé les différents paramètres qui régissent le transfert de chaleur vers l'hélium liquide (orientation de l'interface, pression du bain d'hélium, régime d'ébullition, induction magnétique). Si le fait d'abaisse la pression de vapeur saturante est très intéressant lorsque le bobinage n'est le siège d'aucune perte, il n'en est pas de même en régime variable (Cf III).

Nous avons utilisé les résultats théoriques et expérimentaux précédents pour déterminer le comportement thermique d'un bobinage particulier : l'aimant dipolaire "MOBY". En régime pulsé, nous avons étudié théoriquement et expérimentalement : les performances limites de "MOBY" en fonction de la fréquence et l'évolution de la température en fonction du temps d'arrêt entre deux impulsions triangulaires de courant et en fonction de la vitesse de montée du courant. Le bon accord général entre les résultats théoriques et expérimentaux justifie les différentes approximations que nous avons faites dans le calcul théorique (Cf IV.1,2,3). Nous avons calculé le comportement thermique de "MOBY" lorsque les pertes sont dues uniquement aux radiations (courant constant). Cette application nous a montré l'importance du refroidissement dans ce mode de fonctionnement (Cf IV.4).

Les études expérimentales précédentes nous ayant confirmé la validité du programme de calcul, nous avons dégagé le rôle des différents paramètres thermiques à faible fréquence. Nous avons trouvé qu les paramètres prépondérants dans ce type de fonctionnement sont : le coefficient de transfert à l'hélium liquide et la composante du tenseur de conductibilité thermique dans le sens des "drains" de chaleur (Cf V.1).

Enfin nous avons utilisé notre programme de calcul pour essayer de définir un composite, dont le supraconducteur est le niobium-titane, pouvant fonctionner à la fréquence industrielle de 50 Hz (Cf V.2).

Dans le cas où l'aimant est destiné aux études expérimentale (accélérateur de particules, aires expérimentales ...) l'effet des irradiations sur les paramètres thermiques reste à déterminer. La précision du calcul théorique de la puissance de pertes en régime pulsé devra être affinée pour des fréquences supérieures à l'Hertz.

ANNEXE 1

. Détermination de $\Psi_{(p)}$:

$\Psi_{(p)}$ vérifie l'équation : $p\psi_{(p)} - \bar{\bar{a}}_o \Delta\psi_{(p)} = 0$

On cherche une solution sous la forme d'un développement en série de terme : $A_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} e^{\alpha_1 x} e^{\alpha_2 y} e^{\alpha_3 z}$

où : $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in C$

. L'équation différentielle nous impose :

$$p = a_o^{xx} \alpha_1^2 + a_o^{yy} \alpha_2^2 + a_o^{zz} \alpha_3^2$$

. $\frac{\partial \psi_{(p)}}{\partial x} = 0$ pour $x = \pm a \; \forall y,z$ implique :

$$\sum_{\alpha_1} \alpha_1 \, A_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} e^{\alpha_1 a} = 0 \quad \text{et} \quad \sum_{\alpha_1} \alpha_1 \, A_{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3} e^{-\alpha_1 a} = 0$$

Ces deux égalités nous font poser : $A_{-\alpha_1} = A_{\alpha_1} e^{2\alpha_1 a}$

et $A_{-\alpha_1} = A_{\alpha_1} e^{-2\alpha_1 a}$

d'où : $e^{2\alpha_1 a} = 1 = e^{-2\alpha_1 a}$

soit : $\alpha_1 = i \frac{k\pi}{a}$ $\quad k \in Z$

$$A_{k,\alpha_2,\alpha_3}\, e^{i\frac{k\pi}{a}x} + A_{-k,\alpha_2,\alpha_3}\, e^{i\frac{k\pi}{a}x} = 2\, A_{k,\alpha_2,\alpha_3} \cos\frac{k\pi}{a}x \qquad k \in N$$

$$\cdot\ \frac{\partial\psi(p)}{\partial y} = \sum A_{k,\alpha_2,\alpha_3}\ \alpha_2 \cos\frac{k\pi}{a}x\ e^{\alpha_2 y}\ e^{\alpha_3 z}$$

pour $y = L$ $\quad \frac{\partial\psi(p)}{\partial y} = 0\ \forall x,z$ implique : $\sum_{\alpha_2} A_{k,\alpha_2,\alpha_3}\ \alpha_2\ e^{\alpha_2 L} = 0$

pour $y = 0$ $\quad \psi_{(p)} = 0$ $\quad$ implique : $\sum_{\alpha_2} A_{k,\alpha_2,\alpha_3} = 0$

On pose donc : $A_{k,\alpha_2,\alpha_3} = -\ A_{k,-\alpha_2,\alpha_3}$

d'où : $\sum_{\alpha_2} A_{k,\alpha_2,\alpha_3}\ \alpha_2\left[e^{\alpha_2 L} + e^{-\alpha_2 L}\right] = 0$

soit : $e^{2\alpha_2 L} = -1$ $\quad$ où : $\quad \alpha_2 = i(2n+1)\frac{\pi}{2L}$

$$A_{k,\alpha_2,\alpha_3}\, e^{\alpha_2 y} + A_{k,-\alpha_2,\alpha_3}\, e^{-\alpha_2 y} = 2iA_{k,n,\alpha_3} \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}y \qquad n \in N$$

. De ces trois relations nous pouvons écrire :

$$\psi_{(p)} = \sum_{k,n} \cos\left(\frac{k\pi}{a}x\right)\sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}y\cdot\left[A_{nk}\, e^{\beta_{nk}z} + B_{nk}\, e^{-\beta_{nk}z}\right]$$

avec :

$$\beta_{nk} = \sqrt{\frac{p}{a_o}^{zz} + \frac{K^{xx}}{K^{zz}}\ \frac{k^2\pi^2}{a^2} + \frac{K^{yy}}{K^{zz}}\ (2n+1)^2\ \frac{\pi^2}{4L^2}}$$

$$\frac{\partial\psi(p)}{\partial z} = \sum_{k,n} \cos\left(\frac{k\pi}{a}x\right)\sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}y\cdot\beta_{nk}\left[A_{nk}\, e^{\beta_{nk}z} - B_{nk}\, e^{-\beta_{nk}z}\right]$$

. Les conditions pour $z = \pm Lr$ nous donnent :

$$\frac{K^{zz}}{3}\,\beta_{nk}\left[A_{nk}\,e^{\beta_{nk}Lr} - B_{nk}\,e^{-\beta_{nk}Lr}\right] = -\,P^{+}_{nk}$$

$$\frac{K^{zz}}{3}\,\beta_{nk}\left[A_{nk}\,e^{-\beta_{nk}Lr} - B_{nk}\,e^{+\beta_{nk}Lr}\right] = P^{-}_{nk}$$

$$\text{soit :}\quad A_{nk} = -\frac{3}{2}\,\frac{P^{+}_{nk}\,e^{\beta_{nk}Lr} + P^{-}_{nk}\,e^{-\beta_{nk}Lr}}{K^{zz}\,\beta_{nk}\,Sh\,2\beta_{nk}Lr}$$

$$B_{nk} = -\frac{3}{2}\,\frac{P^{+}_{nk}\,e^{-\beta_{nk}Lr} + P^{-}_{nk}\,e^{\beta_{nk}Lr}}{K^{zz}\,\beta_{nk}\,Sh\,2\beta_{nk}Lr}$$

. Détermination de $f_{(p)}$

$$f_{(p)} = \frac{-K^{yy}}{3\,h_o S}\iint \sum_{k,n} \cos\left(\frac{k\pi}{a}\,x\right)\cdot(2n+1)\,\frac{\pi}{2L}\left[A_{nk}\,e^{\beta_{nk}z} + B_{nk}\,e^{-\beta_{nk}z}\right]dx\,dz$$

$$= \frac{-K^{yy}}{12h_o a\,Lr}\sum_{n} 2a(2n+1)\,\frac{\pi}{2L}\int_{-Lr}^{+Lr}\left[A_{no}\,e^{\beta_{no}z} + B_{no}\,e^{\beta_{no}z}\right]dz$$

$$= \frac{\pi}{4LLr}\,\frac{K^{yy}}{h_o K^{zz}}\sum_{n}\frac{2n+1}{\beta^2_{no}}\,(P^{+}_{no} + P^{-}_{no})$$

ANNEXE 2

$$\cdot\ P^{+}_{nk} = \frac{2}{aL} \sum_{j,q} P^{+}_{jq} \iint_{S_{jq}} \cos\left(\frac{k\pi}{a}\, x\right) \sin(2n+1)\, \frac{\pi}{2L}\, y\, dx\, dy$$

S_{jq} est donnée par :

$$S_{11}\ x \in \left[\frac{d'}{11\alpha}\ \frac{2d'}{11\alpha}\right] \qquad y \in \left[\alpha x + \frac{d'}{2} - \varepsilon, \alpha x + \frac{d'}{2} + \varepsilon\right] \quad y \in \left[-\alpha x + \frac{d'}{2} - \varepsilon, -\alpha x + \frac{d'}{2} + \varepsilon\right]$$

$$S_{22}\ x \in \left[0\quad \frac{d'}{11\alpha}\right] \qquad y \in \left[\alpha x + \frac{3d'}{22} - \varepsilon, \alpha x + \frac{3d'}{22} + \varepsilon\right] \quad y \in \left[-\alpha x + \frac{19d'}{22} - \varepsilon, -\alpha x + \frac{19d'}{22} + \varepsilon\right]$$

$$S_{33}\ x \in \left[\frac{d'}{11\alpha}\ \ \frac{3d'}{22\alpha}\right] \qquad y \in \left[\alpha x + \frac{19d'}{22} - \varepsilon, \alpha x + \frac{19d'}{22} + \varepsilon\right] \quad y \in \left[-\alpha x + \frac{3d'}{22} - \varepsilon, -\alpha x + \frac{3d'}{22} + \varepsilon\right]$$

finalement nous obtenons :

$$P^{+}_{nk} = \frac{16}{a\pi(2n+1)} \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\, \varepsilon \sum_{j,q} \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\left(qd+1^{+}+\frac{d'}{2}\right) \left[\frac{D_{jq}}{\frac{k\pi}{a}+(2n+1)\frac{\pi\alpha}{2L}} + \frac{E_{jq}}{\frac{k\pi}{a}-(2n+1)\frac{\pi\alpha}{2L}}\right]$$

avec :

$$D_{jq} = \cos\left[\frac{k\pi}{a}\,\frac{8j+9}{2}\,\frac{d'}{22\alpha} + (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{21}{44}d'\right]\sin\left[\frac{k\pi}{a}\,\frac{d'}{44\alpha} + (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{d'}{44}\right] +$$

$$2\cos\left[\frac{k\pi}{a}(2j+2)\frac{d'}{11\alpha} - (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{d'}{11}\right]\cos\left[\frac{k\pi}{a}\,\frac{d'}{22\alpha} + (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{5d'}{22}\right]$$

$$\sin\left[\frac{k\pi}{a}\,\frac{d'}{22\alpha} + (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{d'}{22}\right]$$

$$E_{jq} = \cos\left[\frac{k\pi}{a}\,\frac{8j+9}{2}\,\frac{d'}{22\alpha} - (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{21}{44}d'\right]\sin\left[\frac{k\pi}{a}\,\frac{d'}{44\alpha} - (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{d'}{44}\right] +$$

$$2\cos\left[\frac{k\pi}{a}(2j+2)\frac{d'}{11\alpha} + (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{d'}{11}\right]\cos\left[\frac{k\pi}{a}\,\frac{d'}{22\alpha} - (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{5d'}{22\alpha}\right]$$

$$\sin\left[\frac{k\pi}{a}\,\frac{d'}{22\alpha} - (2n+1)\frac{\pi}{2L}\,\frac{d'}{22}\right]$$

. Par le même genre de calculs, on obtient les P^{-}_{nk}. Pour cela il suffit de remplacer les P^{+}_{jq} et 1^{+} par P^{-}_{jq} et 1^{-}.

ANNEXE 3

$$T^{3+}_{(p)} = \frac{T_o^3}{p} - \frac{88}{\pi} \frac{K^{yy}}{h_o K^{zz} Lr\ d'} \sum_n \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\varepsilon \frac{E_q - D_q}{2n+1} \sigma^3_{pno} \left[\sum_q \varphi^+_q \right.$$

$$\left. \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\left(qd + \frac{d'}{2} + 1^+\right) + \varphi^-_q \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\left(qd + \frac{d'}{2} + 1^-\right) \right] - \sum_{k,n} \cos\frac{k\pi}{d'} 11$$

$$\sin(2n+1)\frac{\pi}{2L} y \frac{48 \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\varepsilon}{K^{zz}\pi^2(2n+1)} \frac{k(D_q+E_q) - (2n+1)\frac{d'}{22L}(E_q - D_q)}{k^2 - (2n+1)^2 \left(\frac{d'}{22L}\right)^2}$$

$$\left[\sum_q \sigma^1_{pnk} \varphi^+_q \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\left(qd + \frac{d'}{2} + 1^+\right) + \sigma^2_{pnk} \varphi^-_q \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\left(qd + \frac{d'}{2} + 1^-\right) \right.$$

avec :

$$\sigma^1_{pnk} = \frac{F(p)}{\beta_{nk}\ th\ 2\beta_{nk} Lr} \qquad \sigma^2_{pnk} = \frac{F(p)}{\beta_{nk}\ Sh\ 2\beta_{nk} Lr}$$

$$\sigma^3_{pnk} = \frac{F(p)}{\beta^2_{no}} \qquad F(p) \frac{\varphi(p)}{\varphi_o} S_1 \frac{1 - e^{-\sqrt{\frac{p}{a_o}} Ls}}{\sqrt{\frac{p}{a_o}}}$$

$$E_q + D_q = \sin\frac{k\pi}{2} \cos(2n+1)\frac{\pi}{2L}\frac{d'}{2}$$

$$E_q - D_q = \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\frac{5d'}{11} - \cos\frac{k\pi}{2} \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\frac{d'}{2} + (1+(-1)^k)$$

$$\sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\frac{2d'}{11} - (-1)^k \sin(2n+1)\frac{\pi}{2L}\frac{4d'}{11}$$

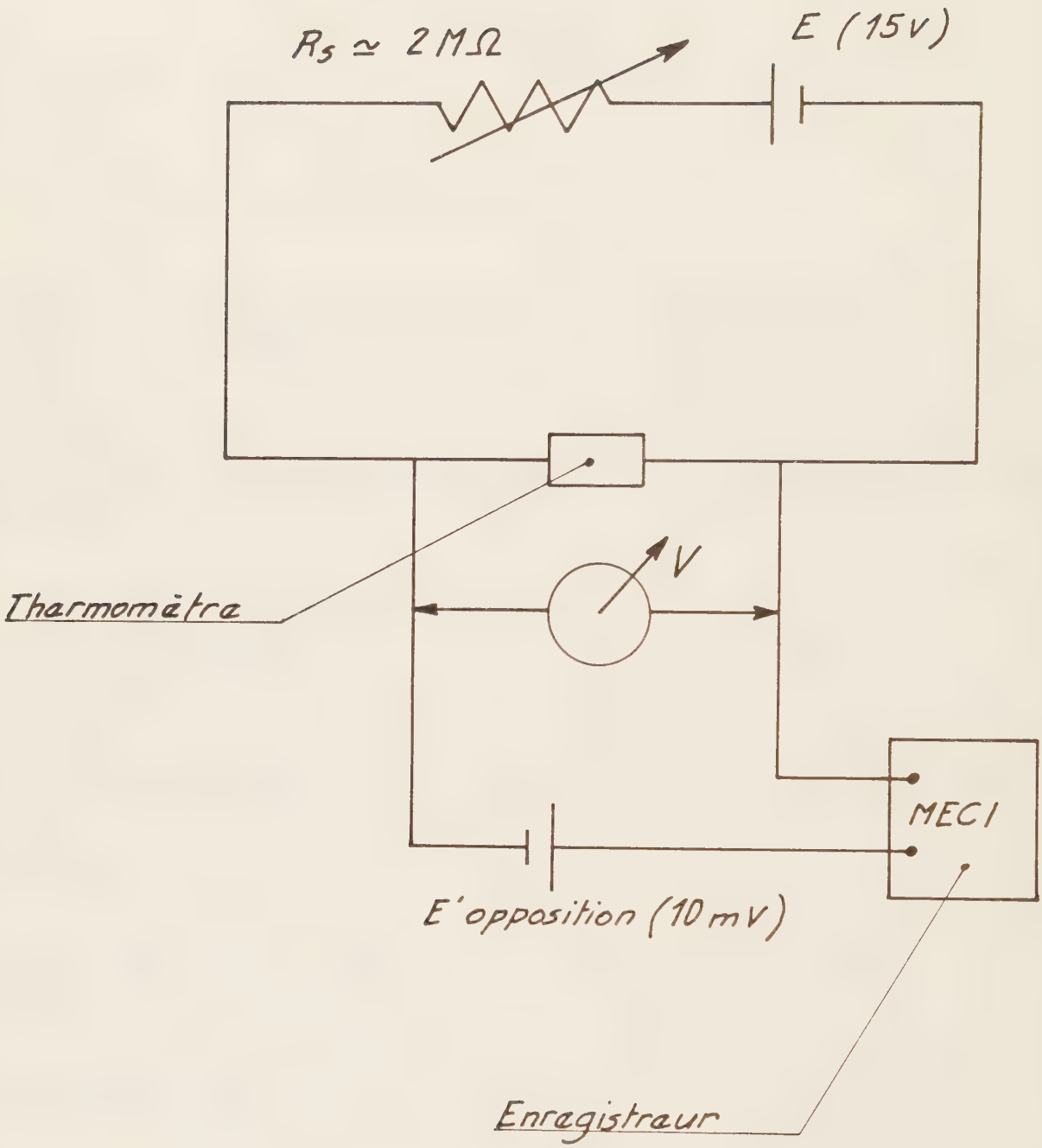
ANNEXE 4

Les mesures électriques consistent en un relevé et un enregistrement de résistances variables avec la température (capteurs). Les thermomètres (résistances au carbone) sont montés avec quatre fils très fins, afin, d'éviter au maximum les apports par conduction. Deux fils servent à alimenter le thermomètre en courant constant et les deux autres fils servent à la mesure de la différence de potentiel apparaissant aux bornes du capteur (voir schéma).

L'alimentation à courant constant est constituée de piles très stables délivrant environ 15 V, et de résistances séries de plusieurs mégohms. Le courant délivré est inférieur à 10 µA afin d'éviter toute perturbation de la température par la puissance dissipée par le capteur (10^{-7} W). Grâce à la présence de la résistance série très élevée, les variations de quelques dizaines d'ohms de la résistance du capteur avec la température n'affectent le courant d'alimentation que de quelques 10^{-9} A.

Le voltmètre numérique utilisé pour la mesure de différence de potentiel aux bornes du capteur est un Schlumberger VB 2066 avec le tiroir 2068. La gamme utilisée est celle de 10 mV. Sur cette gamme 50 digits représentent environ 0,01°K à 4,2°K, ce qui donne une excellente précision pour la mesure de différences de température. En valeur absolue, celle-ci est connue à environ 0,005°K près (nous sommes limités par la mesure de la pression du bain de vapeur saturante).

Pour les mesures en régime variable, nous améliorons la précision de notre enregistrement sur un appareil MECI, en injectant une tension d'opposition rigoureusement constante au signal délivré par le capteur.


$R_s \simeq 2\,M\Omega$
E (15V)
V
Thermomètre
MEC1
E'opposition (10 mV)
Enregistreur

BIBLIOGRAPHIE

[1] D. ALLENDER, J. BRAY, J. BARDEEN,
Phys. Rev., B7, 1020 (1973).

[2] A.A. ABRIKOSOV,
Zh. Eksperim i Teor Fiz 32, 1442 (1957)
Soviet Phys. JETP 5, 1174 (1957).

[3] V.L. GINZBURG, L.D. LANDAU,
Zh. Eksperim i Teor Fiz 20, 1064 (1950).

[4] L.P. GOR'KOV,
Zh. Eksperim i Teor Fiz 34, 735 (1958) ; 36, 1918 (1959)
Soviet Phys. JETP 7, 505 (1958) ; 9, 1364 (1959).

[5] J. BARDEN, L.N. COOPER, J.R. SCHIEFFER,
Phys. Rev., 108, 1175 (1957).

[6] KUNZLER,
Conf. High Magn. Fields, Cambridge (1961).

[7] W. MEISSNER,
Naturwiss, 21, 787 (1933).

[8] D. SAINT-JAMES, P.G. DE GENNES
Phys. Letters, 7, 306 (1963).

[9] B.B. GOODMAN,
Phys. Letters, 1, 215 (1962).

[10] C. CAROLI, P.G. DE GENNES, J. MATRICON,
Phys. Letters, 9, 307 (1964).

[11] L. KRAMER,
Phys. Letters, 23, 619 (1966).

[12] B. OBST,
Phys. Letters, 28A, 662 (1969).

[13] Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, A.R. STRNAD,
Rev. Mod. Phys., 36, 43 (1964).

[14] Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, A.R. STRNAD,
Phys. Rev., 139, A 1163 (1965).

[15] P.W. ANDERSON,
Phys. Rev. Letters, 9, 309 (1962).

[16] P. HAASEN,
Europhys applied superconductivity colloquium (1969).

[17] G. BRONCA and Al.,
Advances in cryogenic engineering V15 (1969).

[18] G. BRONCA, I. HLASNIK, C. LEFRANCOIS, J. PEROT, J.P. POUILLANGE,
Third int. conf. magt. technology Hambourg (1970).

[19] R. HANCOX,
Phys. Letters, 16, 208 (1965).

[20] R.J. HART,
Proc. summer study on superconducting devices (1968).

[21] M.N. WILSON, C.E. WALTERS, D. LEWIN, P.E. SMITH, A.H. SPURWAY,
Rapport R.E.L. RPP/A73 (1969).

[22] I. HLASNIK, D. RAPPANELLO,
Rapport Gats, CEA Saclay /70-29 (1970).

[23] C.P. BEAN,
Rev. Mod. Phys., 36, 31 (1964).

[24] Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, A.R. STRNAD,
Phys. Rev., 131, 6, 2486 (1963).

[25] C.P. BEAN,
Phys. Rev. Letters, 8, 250 (1962).

[26] C. LEFRANCOIS,
Thèse : Etude des pertes des bobines supraconductrices alimentées en courant pulsé (1972).

[27] J.P. POUILLANGE, G. PROST,
Rapport Gats, CEA Saclay /71-24 (1971).

[28] J.P. POUILLANGE,
Rapport SEDAP /68-110 Sup/03 (1968).

[29] J.L. DESTOUCHES,
La physique mathématique PUF, 1133, 64 (1964).

[30] J. PEROT,
Communication privée.

[31] J.M. ZIMAN,
Principles of the theory of solids, 7, 10 et 2,4 (1969).

[32] J. PEROT and Al.,
Pulsed superconducting magnets, Brookhaven (1972).

[33] A. FEVRIER,
Principe de calculs des échanges thermiques tresse-drains-hélium dans une structure plane.
Rapport Gats, 71-113, CEA Saclay, (1971).

[34] P. BRAUNS,
Détermination de propriétés mécaniques et thermiques de différents matériaux, CEA Grenoble /SBT 291/72 (1972).

[35] I. HLASNIK,
Echanges thermiques dans l'hélium 1.
Rapport CEA Saclay, Gats /70-18 (1971).

[36] P. BRAUNS, C. CHARRE,
Mesure de coefficients d'échange thermique entre extrémités de fils de cuivre et hélium liquide.
Rapport CEA Grenoble SBT 286/72 (1972).

[37] J. PEROT and Al.,
The Saclay superconducting pulsed dipole, "MOBY".
Rapport CEA Saclay, SEDAP /72-129 (1972).

[38] A. FEVRIER, D. MORIZE,
Effets du champ magnétique sur les tenseurs de conductibilité thermique et électrique de différents matériaux.
Rapport CEA Saclay, SEDAP/73-40 (1973).

[39] A. FEVRIER,
Température moyenne le long d'une couche à l'interface tresse-résine.
Rapport CEA Saclay, SEDAP/72-74 (1972).

[40] A. ANGOT,
Compléments de mathématiques, 8, 536 (1965).

[41] L. LANDAU, E. LIFCHITZ,
Physique statistique, 5 , 65 (1967).

[42] J.M. ZIMAN,
Principles of the theory of solids.
Cambridge University press, 2, 42 (1969).

[43] P.G. KLEMENS,
Thermal conductivity and lattice vibrational modes.
Solid state phys., 7 (1958).

[44] K. MENDELSSOHN, H.M. ROSENBERG,
The thermal conductivity of metals at low temperatures.
Solid state Phys., 12 (1961).

[45] C. KITTEL,
Introduction to solid state physics.

[46] Proc. Roy. Soc. A. GB. 263, 494-507.

[47] M. JAKOB,
Heat transfert (Chapman et Hall), 1, 635 (1964).

[48] A. FEVRIER, D. MORIZE,
Mesure de température dans les conditions d'un bobinage supraconducteur.
Rapport CEA Saclay, SEDAP/72-178.

[49] R.I. MILLER, C.W. ULBRICH,
Time response and thermal diffusivity of carbon resistance thermometers.
Cryogenics, juin 1972, 178.

[50] A. FEVRIER, D. MORIZE,
Détermination statistique des propriétés thermiques de l'intercouche d'un bobinage imprégné.
Rapport CEA Saclay, SEDAP/72-170.

[51] A. FEVRIER, D. MORIZE,
Transfert thermique hélium-intercouche d'un bobinage imprégné.
Rapport CEA Saclay, SEDAP/73-21.

[52] A. FEVRIER, M. TURIN,
Proposition d'une méthode de mesures des effets galvanomagnétiques sur des plaques rectangulaires.
Rapport CEA Saclay, SEDAP/70-212.

[53] J.P. POUILLANGE,
Considérations sur les constantes de temps thermiques.
Rapport CEA Saclay, SEDAP/72-92.

[54] J. PEROT and Al.,
The Saclay superconducting pulsed dipole MOBY.
Rapport CEA Saclay, SEDAP/72-129.

[55] R.G. HAMPSHIRE, J. SUTTON, M.T. TAYLOR,
Effect of temperature on the critical current density of Nb 40wt% Ti alloy.

[56] A. FEVRIER, KOKAVEC, I. HLASNIK, J.P. POUILLANGE,
Courants de circulation dans la tresse.
Rapport CEA Saclay, SEDAP/73-124.

[57] SAUVAGE,
Communication privée.

[58] M.N. WILSON,
Filamentary composite superconductor for pulsed magnet.
Rapport Rutherford RPP/A89 (1972).

[59] Superconducting Applications Group (Rutherford Laboratory),
J. Phys., D3, 1517 (1970).

[60] J. RANFT, J.T. ROUTTI,
Fluka and Magka, Monte Carlo programs for calculating nucleon-meson cascades in cylindrical geometries.
CERN Lab II RA/71-4.